

文章编号:1005-4642(2022)03-0058-06

气体放电管张弛振荡器的同步研究

耿梦乔[†], 姜 旋[†], 楼晨煊, 庞清宇, 白在桥, 王爱记

(北京师范大学 物理学系, 北京 100875)

摘 要:利用气体放电管、光敏电阻和电容可以组成张弛振荡器. 在特定条件下, 多个张弛振荡器因相互之间的光电耦合可以达到同步. 数值模拟发现 2 个张弛振荡器达到同步的条件与 2 路电路独立运行时的周期差、放电管辉光放电的持续时间和光敏电阻的时间常量有关. 在此基础上模拟了多个张弛振荡电路的同步.

关键词:张弛振荡器; 气体放电管; 光敏电阻; 非线性振荡电路

中图分类号: TN752.8

文献标识码: A

DOI: 10.19655/j.cnki.1005-4642.2022.03.010

同步是指多个动力学个体行为上的一致性, 在自然界处处可见. 350 多年前, 惠更斯对于钟摆同步现象的探索, 揭开了人们对同步现象研究的序幕^[1]. 在物理领域, 利用非线性电路的混沌同步来实现信号的加密; 在生物领域, 通过研究同步雌雄异熟来研究克隆植物的进化意义^[2]; 在医学领域, 可以通过研究脑电图额-枕同步放电现象来研究癫痫问题^[3]. 同步现象对于现实世界复杂系统集体行为的研究提供了新的范式, 能帮助我们进一步理解复杂系统的功能是如何实现的, 并根据同步原理设计具有新功能的系统; 同时, 同步现象有时也会造成不利影响, 对同步的研究也可以规避这部分风险.

张弛振荡实验的实验装置是由 RC 充电电路^[4]和气体放电管组成的非线性电路, 可以实现气体放电管的张弛振荡. 以此为基础, 用光敏电阻^[5]代替原电路中的定值电阻, 利用气体放电管的辉光放电特性与光敏电阻遇光电阻变小的特性, 可以使得多个张弛振荡电路之间发生相互耦合, 各电路的周期受到调制, 在一定条件下可以实现周期同步^[6].

本文首先在实验上观察到了上述同步现象, 之后利用 Mathematica 软件进行数值模拟, 对放电管同步的成因进行分析, 并探究实验中影响气体放电管达成同步的条件.

1 实验原理

1.1 张弛振荡

气体放电管(简称为“放电管”)内含有惰性气体, 可通过电极施加直流电压. 当放电管两端电压小于气体的击穿电压 U_j 时, 里面的惰性气体不会被击穿, 可以认为此时是断路; 当放电管两端电压大于 U_j 时, 气体发生辉光放电, 此时放电管处于导通状态. 考虑在电源电动势为 ϵ 的 RC 充电电路中, 电容两端的电压会逐渐升高, 因此将放电管与 RC 充电电路的电容并联, 如图 1 所示.

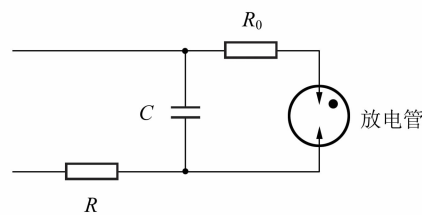


图 1 张弛振荡电路图

当电容两端电压超过 U_j 时, 放电管发生辉光放电, 使电容放电; 当放电管两端电压下降至稳定电压 U_d 后, 放电管停止辉光放电. 辉光放电的持续时间 t_0 通常很小可以认为是瞬间完成. 图 1 中的 R_0 只影响放电管的放电速度, 即影响放电时间 t_0 , 起到保护电阻的作用. 之后电容继续充电,

收稿日期: 2021-04-28; **修改日期:** 2021-08-01

作者简介: 耿梦乔(1999—), 男, 北京人, 北京师范大学物理学系 2018 级本科生.

姜 旋(2000—), 男, 山东烟台人, 北京师范大学物理学系 2018 级本科生.

通讯作者: 王爱记(1989—), 男, 河北邯郸人, 北京师范大学物理学系工程师, 博士, 从事电学实验与仪器开发研究. E-mail: aijiwang@bnu.edu.cn

[†]: 并列第一作者, 对本文贡献相同.

使得电压再次达到 U_j , 由此循环往复, 形成张弛振荡现象.

放电管相邻 2 次辉光放电的时间间隔(简称为“振荡周期”)为

$$T \approx RC \ln \left(\frac{\varepsilon - U_j}{\varepsilon - U_d} \right), \quad (1)$$

其中, R 为电路中定值电阻的阻值, C 为电容器的电容.

同时, 可以定义周期差(表示 2 个放电管在独立运行时振荡周期之差的绝对值)

$$\Delta T = |T_1 - T_2|, \quad (2)$$

该周期差概念可以推广到多个电路.

1.2 放电管同步

放电管同步(简称为“同步”)是指 2 个或多个放电管在相互耦合之后振荡周期达到一致的现象. 本实验的目的是要通过设计新的张弛振荡电路, 让周期差不为 0 的 2 个乃至多个放电管达到同步.

根据式(1)可知, 放电管的振荡周期与电路中的电阻正相关. 如果电路中的电阻变化, 那么放电管的振荡周期就会随之变化. 基于此思路, 结合放电管的辉光放电特性, 将定值电阻换成光敏电阻, 形成新的张弛振荡电路.

设计 2 个张弛振荡电路——分别记为电路 1 和电路 2. 将放电管 1 与光敏电阻 R_2 置于暗室, 放电管 2 与光敏电阻 R_1 置于另一个暗室, 且这 2 个暗室互不影响, 如图 2 所示. 当放电管 1 发生辉光放电时, 影响光敏电阻 R_2 的阻值, 进而影响放电管 2 的振荡周期. 同理, 放电管 2 辉光放电也会影响放电管 1 的振荡周期. 经过 2 个电路之间的相互耦合, 最终会使得 2 个放电管的振荡周期达到一致, 即同步.

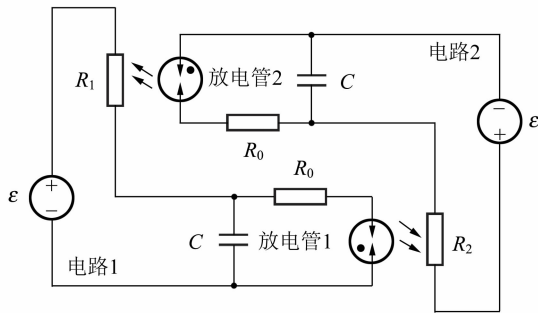


图 2 2 个耦合的张弛振荡电路的电路图

为了探究放电管同步的条件, 需要解电路的微分方程. 假设当光敏电阻受到放电管影响时电阻瞬间下降到 $r_{\min}$. 显然, 光敏电阻的阻值 $r = r(t)$ 和放电管两端的电压 $u = u(t)$ 均为分段函数. 根据该非线性电路的特点, 可得到:

$$\frac{\varepsilon - u}{R + r} = C \frac{du}{dt}, \quad (3)$$

其中, R 为电路中固定电阻的阻值, r 为光敏电阻的阻值.

根据电路的性质可知, 当 $u = U_j$ 时, 放电管发生辉光放电, 之后 u 降到 U_d , U_j 和 U_d 是 $u(t)$ 这一分段函数每一段端点的取值, 该过程也会影响另一个电路中光敏电阻阻值的变化. 因此, 根据式(3)求解出 $u(t)$ 的图像可以判断 2 个放电管是否达到同步, 进而分析得到影响同步的因素.

2 实验及数值模拟结果

2.1 实验结果

式(3)中 r 只依赖于光敏电阻自身的性质. 取 2 个电路中的光敏电阻, 测量这 2 个光敏电阻受到放电管辉光放电影响之后的伏安特性曲线, 采集数据之后进行数据拟合.

利用示波器, 可得到光敏电阻经过短暂光脉冲后, 在电路中的分压随时间变化的曲线. 由于光敏电阻载流子的湮灭往往成指数变化, 且实际情况中无法做到完全黑暗, 因此光敏电阻存在最大暗电阻阻值, 记为 $r_{\max}$. 基于此, 给出经验公式

$$r(t) = r_{\max} \left(1 - e^{-\frac{t - T_i}{\tau}} \right) + r_{\min}, \quad T_i \leq t < T_{i+1}, \quad (4)$$

其中 τ 是光敏电阻的时间常量, $T_i (i = 0, 1, 2, \dots; T_0 = 0)$ 为光敏电阻受到光脉冲的时刻. 利用式(4)对所得数据进行拟合, 拟合结果如图 3 所示.

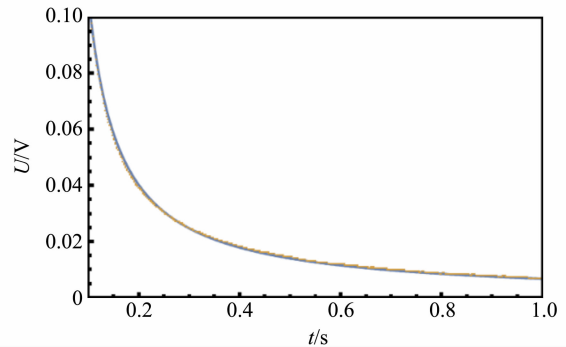


图 3 拟合曲线与数据点对比图

根据图 3 可得光敏电阻 $\frac{1}{\tau} = 0.09 \text{ s}^{-1}$, 拟合度为 $R^2 = 0.9997$, 说明拟合效果良好.

为证实放电管的同步是否能实现, 按照图 2 搭建实验电路, 所用的电动势是最高 300 V 的可调电动势, 电容均为 $1 \mu\text{F}$, 电阻均为 $10 \text{ M}\Omega$. 为了使得 2 电路放电管周期可调, 在 2 电路中串联电阻箱. 同时, 2 个电路均使用示波器测量定值电阻与光敏电阻串联之后的两端电压.

实验中, 单独接通电路 1, 发现其周期为 4.493 s. 之后通过调节电动势和电阻箱阻值来改变电路 2 的周期, 最终发现当电路 2 周期为 3.727 s 时, 2 个电路达到同步 (如图 4 所示), 同步周期为 1.719 s. 在微调电路 2 的电阻箱后发现, 虽然电路 2 的周期会微小改变, 但 1 和 2 两电路在相互作用后仍能达到同步. 这说明, 2 个电路之间存在相互作用, 且这种相互作用使得 2 个电路由原来的周期不一致达到同步, 即在实验上验证了放电管的同步现象.

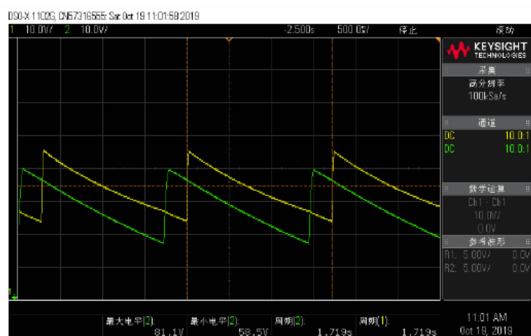


图 4 2 个电路中定值电阻与光敏电阻两端电压随时间变化的图像

2.2 模拟结果

下面分析两电路耦合的系统, 用下标 k 来代指电路 1 或 2. 根据上文, 电路 k 中的 $r_k(t)$ 和 $u_k(t)$ 满足式 (3).

当电路 k 中的放电管在 $T_{k,i+1}$ 时刻辉光放电后, 该电路放电管两端的电压会从击穿电压 $U_{k,j}$ 突变到稳定电压 $U_{k,d}$, 如图 5 中的标注所示, 表达式为

$$\begin{cases} u_k(T_{k,i+1}^-) = u_{k,j} \\ u_k(T_{k,i+1}^+) = U_{k,d} \end{cases}, k=1,2 \quad (5)$$

同时, 电路 k' 的光敏电阻阻值会受影响, 满足式 (4).

整理式 (3)~(5), 得到如下方程组

$$\begin{cases} \frac{\epsilon_k - u_k}{R_k + r_k} = C_k \frac{du_k}{dt} \\ r_k(t) = r_{k,\max} \left(1 - e^{-\frac{t - T_{k',i}}{\tau_k}} \right) + r_{k,\min} \\ T_{k',i} \leq t < T_{k',i+1} \\ u_k(T_{k,i+1}^-) = U_{k,j} \\ u_k(T_{k,i+1}^+) = U_{k,d} \end{cases} \quad (6)$$

其中 $k=1,2; k'=1,2; k \neq k'$. 式中的字母所代表的物理量和前文所述一致, 仅用下标区别 2 个电路. 根据式 (6), 利用 Mathematica 软件画出 $u(t)$ 的函数曲线, 如图 5 所示.

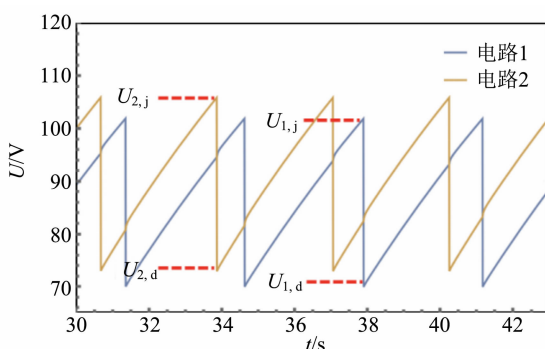


图 5 未同步时两电路中电容两端电压随时间的变化

由于实际实验过程中, 示波器测量的是两电路中定值电阻与光敏电阻两端的电压而非放电管两端的电压, 二者曲线应关于 $u = 0.5\epsilon$ 对称. 对比图 4 和图 5 可以看出, 模拟曲线和实际曲线符合对称关系, 说明模拟是合理的.

2.3 探究同步的影响因素

计算出 $u(t)$ 的函数曲线之后, 调节 ϵ, R, C, U_j 和 U_d 等参量, 重复 2.2, 观察两电路振荡周期的相图, 以此判断两电路是否同步.

由于在实际情况中, 放电管的放电时间 t_0 取值在 50 ms 左右, 相比较振荡周期可忽略不计, 所以在最开始的程序中忽略了这段时间, 结果发现只有周期差为 0 的 2 个电路才能实现同步, 且没有发现耦合过程, 这显然与实际实验结果不符. 导致该结果的原因正是忽略了 t_0 . 虽然 t_0 相比振荡周期来说可以忽略, 但光敏电阻的阻值变化不能被忽略, 尤其是在电阻开始恢复的初期.

对图 4 中放电的过程进行分析, 如图 6 所示. 绿线表示电路 1 的定值电阻与光敏电阻两端电压, 黄线表示电路 2 的定值电阻与光敏电阻两端电压. 电路 1 的放电管在①处开始辉光放电, 在②处结束; 电路 2 的放电管在③处开始辉光放电,

在④处结束.从图4可以看出放电管辉光放电的时间与其振荡周期相比可以忽略,近似为1条竖直线.但对于光敏电阻来说,这段时间不能被忽略.

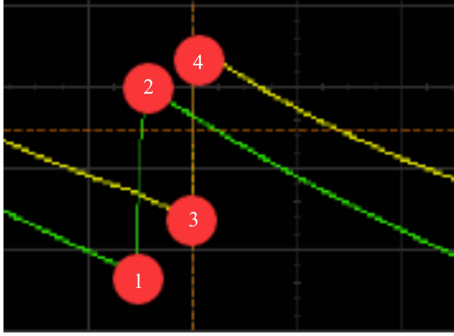


图6 放电管辉光放电的瞬间

以电路1为例,图7为光敏电阻随时间变化的图像,其中 Δt 表示辉光放电的时间.在电路1的放电管辉光放电过程中,电路1的光敏电阻依然在随 t 变化,即图7中的红线部分.对于电路来说,在放电前后,光敏电阻的阻值发生了跳变,例如从 R_1 跳变到 R_2 .同时,放电时刻在 $R=R(t)$ 曲线的相对位置,会影响放电前后光敏电阻阻值跳变量的大小.在图7中体现为 $\frac{\Delta R_{12}}{\Delta R_{34}} = 24.5 \gg 1$. ΔR 的大小影响充电电流,从而影响充电时间,进而决定了电路1周期的变化.两电路可通过该效应调节各自周期,直至同步.

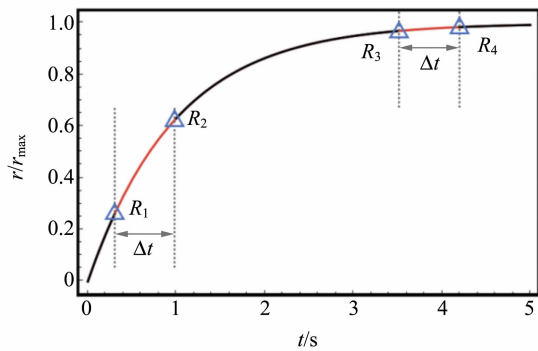


图7 电路1光敏电阻在辉光放电时间内的变化示意图

基于此,在原来程序的基础上增加条件:即当电路 $k(k=1,2)$ 的放电管在 $t=T_{k,i}$ 时放电,那电路 k 的光敏电阻阻值将从 $r_k(T_{k,i})$ 突变为 $r_k(T_{k,i}+t_0)$,这样既考虑到了放电管辉光放电的时间对光敏电阻阻值的影响,又在波形图上忽略了这段时间对振荡周期的影响.

在经过上述调整后,在程序上实现了周期差不为0的2个放电管的同步,如图8所示,说明 t_0 是影响放电管能否同步的因素之一.

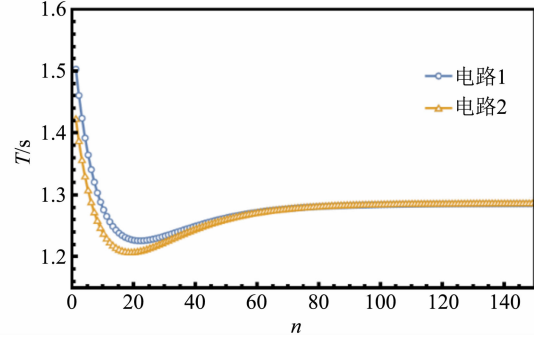


图8 改进程序后两电路的 $T-n$ 曲线

图8中的 n 表示第 n 次辉光放电.根据图8可以看出在前60次辉光放电的过程中存在相互调节的耦合过程,在60次之后两放电管达到同步.显然,对于同个 t_0 ,2个放电管的周期差越小,越容易达到同步.如果两放电管的周期差过大,就无法达到同步,如图9所示.

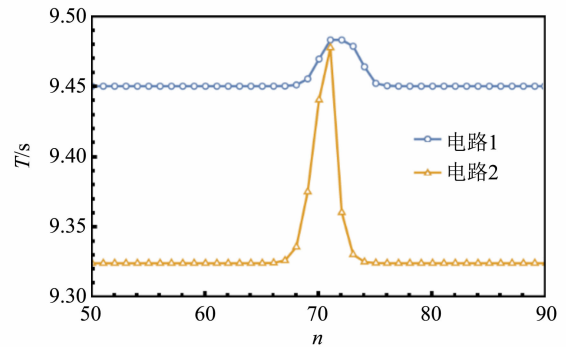
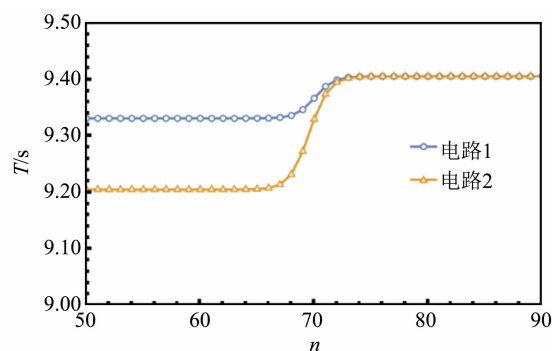


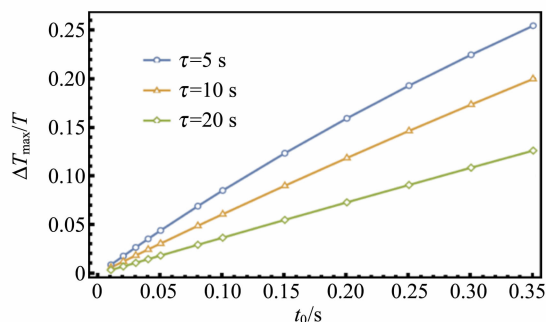
图9 周期差过大的两放电管未同步

考虑到光敏电阻 τ 越小,在 t_0 的时间内阻值恢复得越快,因此 τ 也是影响放电管是否能同步的影响因素之一.在图9所示的电路中调节 τ ,2个电路依旧可以同步,这就证明了这一猜想,其结果如图10所示.

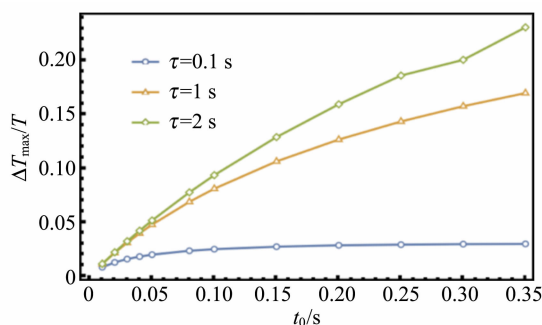
同样,对于相同 τ ,如果2个放电管的周期差过大,就无法达到同步.因此,对于相同的 t_0 和 τ ,存在极限周期差 $\Delta T < \Delta T_{\max}$,当两放电管的周期差小于 $\Delta T_{\max}$ 时,两放电管可以达到同步,反之则不能达到同步.因此, $\Delta T_{\max}$ 是决定2个放电管能否同步的决定性因素,而 t_0 和 τ 正是通过影响 $\Delta T_{\max}$ 来决定两放电管是否能达到同步.

图 10 调整 τ 后两放电管同步

根据进一步的模拟结果可以得出, $\Delta T_{\max}$ 与 t_0 成正相关, 但与 τ 的关系比较复杂, 具体关系如图 11 所示.



(a)



(b)

图 11 $\Delta T_{\max}$ 与 t_0 和 τ 的关系

现定性解释上述结果:

1) 保持 τ 不变, $\Delta T_{\max}$ 与 t_0 成正相关, 随着 t_0 的增大, t_0 对 $\Delta T_{\max}$ 的影响减小.

由图 7 可知, t_0 越大, 在放电过程前后光敏电阻的跳变值 ΔR 的取值范围越大, 从而 $\Delta^2 R = \Delta R_{12} - \Delta R_{34}$ 的取值范围越大. 当独立运行时周期相近的两电路耦合时, 必然会出现如图 6 所示的现象, 即二者的光敏电阻跳变值一个处于图 7 中

ΔR_{12} 的状态, 另一个处于 ΔR_{34} 的状态; 又因为 $\Delta^2 R$ 的取值决定了两电路在放电前后的电流之比, 所以 $\Delta^2 R$ 越大, 两电路同步前后的周期变化越大. 即 t_0 越大, $\Delta^2 R$ 的最大值越大, 则 $\Delta T_{\max}$ 越大. 但是, 当 $t_0 > \tau$ 时, $\Delta^2 R$ 趋近于光敏电阻暗电阻, 所以 $\frac{\Delta T_{\max}}{T}$ 在 $t_0 > \tau$ 后随 t_0 增长不明显.

2) 保持 t_0 不变, τ 较小时, $\Delta T_{\max}$ 与 τ 成正相关; τ 较大时, $\Delta T_{\max}$ 与 τ 成负相关.

当 τ 较小时, 光敏电阻在电路的 1 个充电周期内可以恢复到接近暗电阻. 此时, τ 增大 (仍在 τ 较小的条件下), 光敏电阻阻值恢复变慢, 小阻值的持续时间增长, 放大了图 7 中 $\Delta^2 R = \Delta R_{12} - \Delta R_{34}$ 对周期的影响, 使得 $\frac{\Delta T_{\max}}{T}$ 变大.

当 τ 较大时, 光敏电阻在电路的 1 个充电周期内无法完全恢复, 且与暗电阻差距较大. 此时, τ 增大, 光敏电阻恢复变慢, 但是由于充电周期的限制, 会导致 ΔR_{34} 经历的时间为 $\Delta t' < t_0$, ΔR_{34} 变大, $\Delta^2 R = \Delta R_{12} - \Delta R_{34}$ 变小, 从而使得 $\frac{\Delta T_{\max}}{T}$ 变小.

2.4 多电路模拟

现在将上述电路推广到 3 个电路, 分别记为电路 1, 2 和 3. 现在令电路 1 的放电管影响电路 2 和 3 的光敏电阻, 电路 2 的放电管影响电路 1 和电路 3 的光敏电阻, 电路 3 的放电管影响电路 1 和电路 2 的光敏电阻. 经过模拟发现, 在适宜的周期差下这 3 个放电管也能达到同步. 如图 12 所示, 在 30 次辉光放电后, 3 个放电管达到同步.

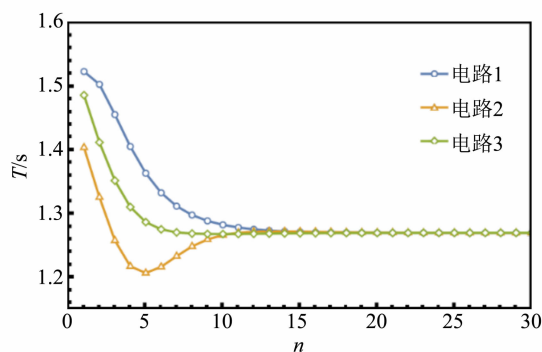


图 12 3 个电路的放电管同步

理论上, 该模型可以推广到 n 个电路, 即第 i 个电路的放电管可以影响其他所有电路的光敏电阻, 那么只要这 n 个放电管的周期差不太大, 最终都会达到同步.

3 总结与展望

首先通过实验测量及数据拟合,验证了光敏电阻在受到光脉冲后,其阻值变化满足式(3).在编写模拟程序时利用此结论得到了与实际相近的波形结果.其次,探究了影响2张弛振荡电路能否同步的因素,并指出决定2个放电管是否能达到同步的3个因素:a.2个电路独立运行时的周期差 ΔT ;b.放电管辉光放电的持续时间 t_0 ;c.光敏电阻的时间常量 τ .保持 t_0 与 τ 不变时,需满足 $\Delta T < \Delta T_{\max}$,两电路方可同步.经数值模拟发现, $\Delta T_{\max} = \Delta T_{\max}(t_0, \tau)$,且 $\Delta T_{\max}$ 与 t_0 正相关,与 τ 先是正相关之后是负相关关系,并对该现象进行了定性分析.最后将该实验的模拟推广到多个电路,发现在多个电路中放电管的同步依旧可以实现.

参考文献:

- [1] 于一真,王新刚.惠更斯钟摆同步之谜[J].物理,2020,49(2):105-107.
- [2] 宁宇,王义飞,林海晏,等.克隆植物中的同步雌雄

- 异熟现象研究进展[J].西北林学院学报,2019,34(2):154-160.
- [3] 杨海坡,卢娇杨,管巧,等.脑电图额-枕同步放电现象的电临床研究[J].中国实用儿科杂志,2019,34(4):280-283.
- [4] 何仁生,皮斌斌,翦知渐,等.大学物理实验竞赛引起的反思[J].物理实验,2018,38(12):31-35.
- [5] 王鑫,杨胡江.基于光敏电阻的光开关设计性实验[J].物理实验,2020,40(11):18-21.
- [6] 陈菊芳,陆静,姜凤怡.延迟混沌系统投影同步及状态切换的电路实验[J].物理实验,2014,34(11):6-9,13.
- [7] 范佳午,杨军,张灿坤,等.光敏电阻响应时间的研究实验[J].物理实验,2007,27(3):46-48.
- [8] 孟宪章,康昌鹤.半导体物理学[M].长春:吉林大学出版社,1993.
- [9] 何希才.传感器技术及应用[M].北京:北京航空航天大学出版社,2005.
- [10] 张海涛,丁千.干摩擦自激振动周期解的同伦方法[J].振动与冲击,2011,30(8):153-156.
- [11] 刘延柱,陈立群,陈文良.振动力学[M].北京:高等教育出版社,1998.

Synchronization of gas discharge tube relaxation oscillator

GENG Meng-qiao, JIANG Xuan, LOU Chen-xuan, PANG Qing-yu,
BAI Zai-qiao, WANG Ai-ji

(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

Abstract: The relaxation oscillator was composed of gas discharge tube, photoresistor and capacitor. Multiple relaxation oscillators were synchronized due to the optoelectronic coupling between them under certain conditions. Numerical simulation showed that the synchronization conditions of two relaxation oscillators were related to the period difference, duration of glow discharge of discharge tube, and time constant of photoelectric resistance when the two circuits ran independently. Besides, the synchronization of several relaxation oscillation circuits was also simulated.

Key words: relaxation oscillator; gas discharge tube; photoresistor; non-linear oscillation circuit

[责任编辑:郭伟]