

文章编号:1005-4642(2023)01-0039-05

第 4 届欧洲物理奥林匹克竞赛实验试题 2 的介绍与解答

徐国玮^{1,2}, 王 槿^{3a,b}, 李文华^{3a,b}, 宋 峰^{3a}

(1. 清华大学 交叉信息研究院, 北京 100084;

2. 南京师范大学附属中学, 江苏 南京 210003;

3. 南开大学 a. 物理科学学院; b. 基础物理国家级实验教学示范中心, 天津 300071)

摘 要:第 4 届欧洲物理奥林匹克竞赛实验试题 2 为黑盒子(Black box), 试题考查了学生对振动及振动模式、冲击响应等物理知识的理解. 本文介绍了实验试题 2 的命题、虚拟实验考试流程和解答, 结合物理背景知识和实际应用介绍了命题动机.

关键词:欧洲物理奥林匹克竞赛; 力学黑盒子; 虚拟仿真实验

中图分类号: O32

文献标识码: A

DOI: 10.19655/j.cnki.1005-4642.2023.01.007

目前, 认可度较高的国际性物理学科竞赛有国际物理奥林匹克竞赛(International Physics Olympiad, IPhO)、亚洲物理奥林匹克竞赛(Asian Physics Olympiad, APhO)、欧洲物理奥林匹克竞赛(European Physics Olympiad, EuPhO)、北欧-波罗的海物理奥林匹克竞赛(Nordic-Baltic Physics Olympiad, NBPhO)、罗马尼亚大师赛(Romanian Masters in Physics, RMPh)、物理碗(Physics Bowl)等. IPhO 已经举办 52 届, APhO 已经举办 22 届, EuPhO 已经举办 6 届, 国内学生普遍参与 IPhO 和 APhO. 2020 和 2021 年由于全球疫情影响, 命题形式上 EuPhO 采用了线上的虚拟仿真实验形式. EuPhO 的试题形式灵活, 命题简约^[1], 但是蕴含着较为深刻的物理背景, 这有利于学生开拓物理视野, 培养发散性思维和实验设计能力.

第 4 届 EuPhO 于 2020 年 7 月在线上举办, 来自 53 个国家和地区的 260 名选手参赛. 该届比赛实验试题采用虚拟仿真形式, 实验试题共 2 道, 分别为“隐藏的电荷(Hidden charge)”和“黑盒子(Black box)”. 本文主要介绍实验试题 2 黑

盒子的命题、虚拟实验考试流程和解答, 结合物理背景知识和实际应用介绍了命题动机, 简要分析了参赛选手的答题情况. 在基础物理教学中, 本题可以增强学生对于振动及振动模式、冲击响应的应用等物理知识的理解.

1 试题介绍

1.1 实验介绍

刚性力学黑盒子如图 1 所示^[1], 质量为 m_1 , 里面装有质量分别为 m_2 和 m_3 的物块, 通过刚度系数为 k_1 和 k_2 的无质量弹簧连接. 系统存在与物体运动速度相关的微小的空气阻力. 重力加速度 $g=9.81\text{ m/s}^2$, 方向与盒子的竖直边缘平行.

初始时, 所有装置均处于静止状态. 盒子可以分段做向上或者向下的匀加速运动. 盒子的加速模式通过编程控制, 即输入加速时间(单位为 s)和加速度(单位为 m/s^2)来控制, 模拟程序实时输出时间和保持容器匀加速运动所需要的力.

注意: 每次测量受力时会有微小的随机误差. 弹簧在小幅度形变时是线性的, 大幅度形变时会产生非线性效应. 弹簧处于原长度时的刚度系数

收稿日期: 2022-12-09

基金项目: 2020 高等学校教学研究项目(No. DJZW202010hb)

作者简介: 徐国玮(2005—), 男, 江苏南京人, 清华大学交叉信息研究院预科班学生, 南京师范大学附属中学高三学生. E-mail: xugw22@mails.tsinghua.edu.cn

通信作者: 王 槿(1982—), 女, 湖北十堰人, 南开大学物理科学学院高级实验师, 博士, 研究方向为基础物理实验、仪器仪表及生物医学光子学. E-mail: wangjin8208@nankai.edu.cn

为 k_1 和 k_2 . 力和加速度均以向上为正方向. 盒子边长为 0.6 m, 初始时位于高度为 3 m 的房间正中央. 如果木块和盒子之间发生碰撞或者盒子撞到了天花板或者地板, 实验将会自动结束.

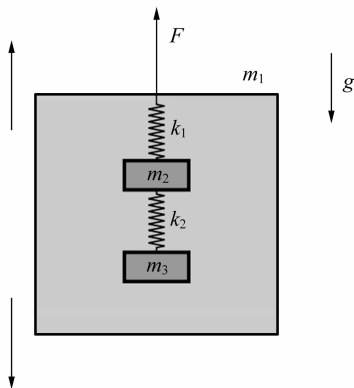


图 1 实验装置示意图

EuPhO 2020 - Experiment 2

Enter "(duration in s) (acceleration in m/s²)" (e.g. "1.5 -0.4") to add to sequence. (Max acceleration: 30 m/s²)
 Enter "repeat (number of times)" (e.g. "repeat 10") to repeat actions.
 Enter "endrepeat" to end repeating actions.
 Enter "sample (time in s)" (e.g. "sample 0.4") to change sampling time for the output file. (Default: 0.01 s)
 Enter "begin" to start the experiment.
 Enter "quit" to exit the program.
 You can write multiple instructions on the same line (e.g. "1.5 -0.4 repeat 10 1.5 0.4 endrepeat").

图 2 软件界面图

2 试题解答

实验原理: 设 2 个弹簧受到的弹力分别为 F_1 和 F_2 , 盒子和 2 个物块的加速度分别为 a_1, a_2 和 a_3 , 初始位移分别为 y_1, y_2 和 y_3 . 可得到以下运动方程:

$$m_1 a_1 = F - F_1 - m_1 g, \quad (1)$$

$$m_2 a_2 = F_1 - F_2 - m_2 g, \quad (2)$$

$$m_3 a_3 = F_2 - m_3 g. \quad (3)$$

根据题意, 弹簧是非线性的, 一般而言, $F_1 \neq k_1(y_1 - y_2)$, 并且 $F_2 \neq k_2(y_2 - y_3)$, 对于接近平衡时的小位移有 $k_1 = \frac{\Delta F_1}{\Delta(y_1 - y_2)}, k_2 = \frac{\Delta F_2}{\Delta(y_2 - y_3)}$.

2.1 求解 $m_1 + m_2 + m_3$ (1 分)

系统停止, 处于平衡状态时, 托住盒子所需的力是总重力 $F_0 = (m_1 + m_2 + m_3)g$. 测量 10 次盒子处于静止状态时的 F_0 并取平均后, 求得 $F_0 \approx 14.774$ N, 根据

$$m_1 + m_2 + m_3 = \frac{F_0}{g}, \quad (4)$$

代入 $g = 9.81$ m/s², 得 $m_1 + m_2 + m_3 \approx 1.506$ kg.

1.2 实验任务

实验任务是确定 m_1, m_2, m_3, k_1 和 k_2 的大小. 不必进行误差分析, 测量结果越精确越好. 答题时, 需要给出清晰完整的数据表格和图像, 并详细解释测量和数据处理中使用的公式和方法.

1.3 软件界面介绍

程序要求的输入操作主要有:

- 输入 2 个参量, 分别为持续时间和加速度, 并按回车键开始实验;
- 输入 repeat 和 1 个整数, 表示重复实验次数, 并以 endrepeat 结束. 所有介于 repeat 和 endrepeat 之间的操作将被重复执行;
- 输入 sample 和 1 个数字, 调整取样时间;
- 输入 begin 开始实验.

软件界面如图 2 所示.

2.2 求解 m_1 (2 分)

弹簧弹力的大小仅取决于相对位移, 因此刚开始实验时的拉力 F 仅取决于加速度. 测量初始拉力随加速度的变化, 就可以求得 m_1 . 实验测量 $a = 30$ m/s² 时弹簧拉力 F_{30} , 取 3 次测量值平均后得到:

$$m_1 = \frac{F_{30} - F_0}{a} = \frac{40.487 - 14.774}{30} \approx 0.857 \text{ kg}.$$

2.3 求解 k_1 (3 分)

2.3.1 方法 1: 观测短时间内的脉冲形式外力作用下盒子的受力变化

当快速改变盒子的高度时 (如取加速度 $a_1 = 30$ m/s²), 可以假设第 2 个木块保持静止, 因此

$$\Delta F \approx \frac{1}{2} k_1 a_1 t^2. \quad (5)$$

先使盒子以 a_1 向上加速 t 时间, 受力为 F_u ; 再使盒子以 a_1 向下加速 t 时间, 受力为 F_d . $t = 0.01$ s, 取 0.02 s 时受力为 F_u , 则 $k_1 \approx \frac{F_u - F_d}{2a_1 t^2} =$

$$\frac{14.908 - 14.635}{2 \times 30 \times 0.01^2} = 45.5 \text{ N/m}.$$

2.3.2 方法2:观测盒子加速过程中的受力变化

让盒子以 a_1 加速,当 t 很小时, $\Delta F \approx \frac{k_1 a_1}{2} t^2$.

取 $a_1 = 5 \text{ m/s}^2$, $t = 0.02 \text{ s}$. 5次测量取平均: $k_1 \approx \frac{2\Delta F}{a_1 t^2} = \frac{2 \times (19.100 - 19.058)}{5 \times 0.02^2} = 42.0 \text{ N/m}$.

此方法中,加速度的大小会影响结果:当加速度选取较大时,空气阻力影响较大,会影响测量精度;当加速度选取较小时, ΔF 的测量精度不够. 因此选择了中间值 $a_1 = 5 \text{ m/s}^2$.

2.3.3 方法3:利用胡克定律,测量平衡状态下的弹簧拉伸量

如果忽略弹簧的非线性效应,当弹簧平衡时,弹簧伸长量为 $y_1 - y_2$ 时,由胡克定律得 $\Delta F \approx k_1(y_1 - y_2) \approx 6.367 \text{ N}$. 通过测量盒子与木块相撞所用的时间 t ,估算 $y_1 - y_2 \approx \frac{1}{2} a t^2 \approx 0.226 \text{ m}$. 据此可以求得 $k_1 \approx 28.2 \text{ N/m}$. 由于弹簧具有非线性效应,这种方法测量误差较大.

根据评分细则,上述3种求解的方法,只有方法1和方法2, $k_1 = (39.2 \pm 1.0) \text{ N/m}$,可以获得满分. 使用方法1时,评分细则中给出的标准答案为 $k_1 = 39.7 \text{ N/m}$,与实际运行结果有一定偏差. 方法2需要对加速度选择进行多次尝试. 方法3因为不准确,最高只能获得1.5分.

2.4 求解 m_2, m_3 和 k_2 (4分)

2.4.1 方法1:寻找本征频率

系统的受力方程为

$$m_2 \ddot{x}_2 = k_1 x_2 - k_2 (x_2 - x_3), \quad (6)$$

$$m_3 \ddot{x}_3 = k_2 (x_2 - x_3), \quad (7)$$

据此解得本征频率满足的方程为

$$\omega^4 - \left(\frac{k_2}{m_3} + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_2 m_3} = 0. \quad (8)$$

假设本征角频率分别为 ω_1 和 ω_2 , 则

$$\frac{k_2}{m_3} + \frac{k_1 + k_2}{m_2} = c_1, \quad (9)$$

$$\frac{k_1 k_2}{m_2 m_3} = c_2, \quad (10)$$

其中, $c_1 = \omega_1^2 + \omega_2^2$, $c_2 = \omega_1^2 \omega_2^2$. 可以发现:

$$\frac{m_2}{k_1} + \frac{m_3}{k_2} + \frac{m_3}{k_1} = \frac{c_1}{c_2}, \quad (11)$$

$$\frac{m_3}{k_2} = \frac{c_1}{c_2} - \frac{m_2 + m_3}{k_1}, \quad (12)$$

$$\frac{k_1}{m_2 c_2} = \frac{c_1}{c_2} - \frac{m_2 + m_3}{k_1}, \quad (13)$$

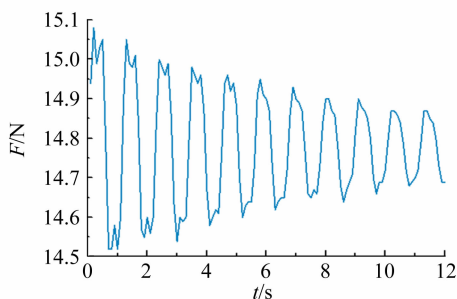
$$m_2 = \frac{k_1^2}{c_1 k_1 - c_2 (m_2 + m_3)}. \quad (14)$$

求解出 m_2 后,可以很容易地求解 m_3 和 k_2 .

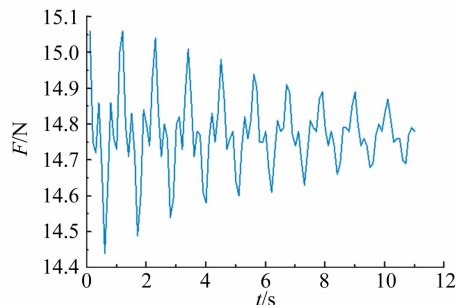
测量本征频率时,让盒子以不同频率振动. 为求较低的本征频率,可以给盒子单一冲击响应,让盒子振动较长时间,如图3(a)所示,计算得到

$$T_1 = \frac{11.30 - 0.20}{10} = 1.11 \text{ s}.$$

同样,也可以给盒子多个冲击响应,激发较高的本征频率,如图3(b)所示,计算得到 $T_2 = \frac{10.45 - 0.38}{27} \approx 0.373 \text{ s}$.



(a)测量低频本征频率



(b)测量高频本征频率

图3 盒子受力变化

因此, $\omega_1^2 \approx 32.04 \text{ Hz}^2$, $\omega_2^2 \approx 283.8 \text{ Hz}^2$. 解得: $c_1 \approx 315.8 \text{ Hz}^2$, $c_2 \approx 9.093 \text{ Hz}^4$, $m_2 \approx 0.238 \text{ kg}$, $m_3 \approx 0.411 \text{ kg}$, $k_2 \approx 22.4 \text{ N/m}$.

2.4.2 方法2:利用瞬时脉冲

以加速度 a 加速盒子 t 时间,随后以加速度 $-a$ 减速盒子 t 时间. 如果 t 很小,则

$$\Delta F \approx m_2 a_2 = m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} = -\frac{m_2}{k_1} \frac{d^2 F}{dt^2}. \quad (15)$$

多次测量可以估测出 $m_2 \approx 0.344 \text{ kg}$.

特别地,如果 $\frac{d^2 F}{dt^2} = 0$,此时有

$$k_1 \Delta y_1 \approx (k_1 + k_2) \Delta y_2, \quad (16)$$

从而得到 $k_2 \approx 18.4 \text{ N/m}$.

2.4.3 方法 3: 利用平衡状态及近似

通过快速加速盒子, 可以估算 $y_3 - (y_1 - a) \approx \frac{a_1}{2} t^2 \approx 0.216 \text{ m}$. 由于平衡时 $m_3 g \approx k_2 (y_2 - y_3)$, 解得 $\frac{k_2}{m_3} \approx \frac{g}{y_2 - y_3} = 62.1 \text{ N/(m} \cdot \text{kg)}$. 该方法只能解出参量间满足的关系, 无法求得具体值.

综合上述 3 种方法, 只有第 1 种求解本征频率的方法最为准确, 同时数据采集量大, 分析也最为繁琐. 方法 2 计算过程中忽略了阻力项, 偏差较大, 扣 0.6 分. 由于不能得出具体数值, 第 3 种方法得分最少, 最高只能得到 1.5 分.

表 1 列举了实验中用到的部分程序语句, 实际实验过程中可以根据实验设计做适当调整.

表 1 实验中用到的部分程序语句

序号	使用主要语句										测量次数
2.1	sample	0.01	repeat	10	0.01	0	endrepeat	begin			5~10
2.2	sample	0.01	repeat	1	0.01	a	endrepeat	begin			多次改变 a
2.3.1	sample	0.01	repeat	1	0.01	30	0.02	0	endrepeat	begin	5~10
	sample	0.01	repeat	1	0.01	-30	0.02	0	endrepeat	begin	
2.3.2	sample	0.01	repeat	10	0.01	5	endrepeat	begin			5~10
2.3.3	sample	0.01	repeat	15	0.01	a	endrepeat	begin			不断逼近 a
2.4.1	sample	0.1	0.1	1	30	0	begin				5~10
	sample	0.1	repeat	5	0.01	20	0.01	-20	endrepeat	30 0 begin	
2.4.2	sample	0.01	repeat	1	0.20	30	endrepeat	begin			1
2.4.3	sample	0.01	repeat	15	0.01	a	endrepeat	begin			不断逼近 a

3 讨 论

试题“黑盒子”能够以 0.01 s 的时间间隔控制加速度, 并且设置了“发生碰撞就停止实验”的机制, 能够模拟冲击响应. 实际教学中借助计算机, 可直接采用傅里叶变换的方法简单直观地得到 2.4 节的本征频率, 实验中使用单一的冲击响应或者若干个冲击响应的叠加以激发出高阶频率, 图 4 所示为较长时间内一定冲击响应下测定的力随时间的变化. 图 5 为傅里叶变换频谱图, 其纵坐标为归一化的以均方振幅 (Mean square amplitude, MSA) 表示的功率, 即时间窗内时间域能量 (振幅的平方) 之和的平方根.

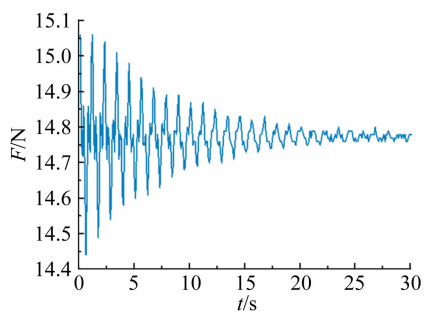


图 4 冲击响应下测定的力随时间的变化

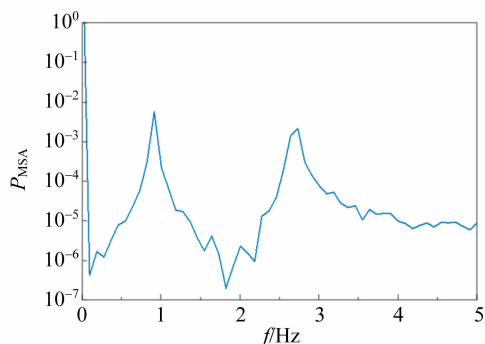


图 5 傅里叶变换的频谱图

生产生活中, 冲击经常会导致设备产生强迫振动和固有频率响应, 并可能降低产品的性能和使用寿命. 对于单自由度系统的弹簧质点体系来说, 响应峰值关于固有频率的函数即为冲击响应谱^[2]. 根据冲击响应谱的定义可知, 每个单自由度弹簧质量系统的最大相对位移响应即为冲击响应谱中对应频率下的谱位移值. 通过测量单自由度弹簧质量系统中弹簧振子的最大位移响应, 即可确定该频率处真实的位移谱值. 实际的物理系统可以分解为多个不同的单自由度系统, 对于每个单自由度系统进行冲击响应谱分析计算, 最后加以合成, 即可得到整个系统的冲击响应谱. 常

用的冲击环境测量器材包括加速度传感器、簧片仪、冲击摆和弹簧振子等^[3]。

黑盒子碰撞过程是简单的冲击响应过程,试题中的弹簧振子也可作为传统加速度传感器测量冲击响应的辅助手段。基础物理实验教学中,信号与系统相关的知识比较分散,例如传统的动态法测量弹性模量和共振法测量声速使用的均是连续信号,而利用时差法测量声速时使用的则是脉冲信号。该虚拟实验对于学生了解振动和波理论知识中的简正模、傅里叶变换都有帮助。

4 答题情况浅析

试题满分10分,根据EuPhO网站^[4]公布的考试结果,参赛选手最高分为7.9分,平均分为1.7分,只有2位选手得分在6分以上。试题灵活性较高,题目新颖,有较好的区分度。其中,较多选手可以正确解答2.1和2.2两问,一部分选手能够理解2.3问,几乎没有选手能够较好地求解2.4问。可以看出学生对简正模的理解以及相关的实验设计比较欠缺。

5 结束语

物理竞赛可以起到开拓视野、培养批判性思

维的作用。国际性的中学生物理赛事一般着重考查选手的物理知识广度、批判性思维、解决问题的能力 and 实验操作能力,长期受到各国的广泛重视。目前,国际青年物理学家锦标赛在中国的本土化发展,带来了教学模式的创新^[5]。对于已有赛事的教学研究、总结及教学改革,仍有很大的发展空间,也是大中物理教育衔接中很好的结合点。物理学是一门以实验为基础的自然科学,教学中采用不同实验方法,有利于未来教学体系的发展。

参考文献:

- [1] EuPhO-2020 online: Experimental problems [EB/OL]. [2022-12-01]. https://eupho.ee/wp-content/uploads/2020/07/EuPhO20_experiment-1.pdf.
- [2] 赵玉刚. 冲击响应分析方法及其应用[D]. 杭州:浙江大学,2004.
- [3] 杨宁. 中低频冲击响应谱修正方法研究[D]. 沈阳:沈阳工业大学,2020.
- [4] EuPhO-2020-results [EB/OL]. [2022-12-01]. <https://eupho.ee/wp-content/uploads/2020/07/EuPhO-2020-results.pdf>.
- [5] 李川勇,宋峰,曹学伟,等. 国际青年物理学家锦标赛对提升学生物理思维的重要作用[J]. 大学物理,2009,28(8):46-50.

Introduction and solutions to the question 2 of the 4th European Physics Olympiad experimental exam

XU Guowei^{1,2}, WANG Jin^{3a,b}, LI Wenhua^{3a,b}, SONG Feng^{3a}

(1. Institute for Interdisciplinary Information Sciences, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. High School Affiliated to Nanjing Normal University, Nanjing 210003, China;

3a. School of Physics; b. National Demonstration Center for Experimental Physics Education, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract: The question 2 of the 4th European Physics Olympiad experimental exam was a black box, which examined the students' understanding of physical knowledge such as the vibration, vibration mode and shock response. The proposition, virtual experiment examination process and solutions were introduced, as well as the motivation of proposition in combination with physical background knowledge and practical application.

Key words: European Physics Olympiad; mechanical black box; virtually simulation experiment

[责任编辑:任德香]