

RLC 暂态过程震荡峰位对测量时间常量的影响

王国菊, 吕太国, 牟 娟

(聊城大学 物理科学与信息工程学院, 山东 聊城 252059)

摘 要: 在测量 RLC 电路暂态过程时间常量时, 通常测量电容电压的欠阻尼震荡峰值间接测量时间常量. 欠阻尼震荡峰值往往简单地近似为 $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm 1$ 时的电容电压值. 讨论了这一近似峰位与准确峰位的区别与联系, 结果表明由近似峰位得出的时间常量不存在近似性, 与由准确峰位得出的时间常量是一致的.

关键词: RLC 暂态; 时间常量; 欠阻尼震荡

中图分类号: TM935 文献标识码: A 文章编号: 1005-4642(2014)08-0028-03

1 引 言

“RLC 串联电路暂态过程的研究”是电磁学实验的必做实验, 其中欠阻尼情况下暂态过程时间常量的测量是实验的重要内容, 正确测量时间常量是了解 RLC 电路特性的前提. 文献指出 $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm 1$ 时欠阻尼震荡为峰值^[1-7], 这只是一简单近似. 按照这种近似条件求得的时间常量是否也是近似结果呢? 下面以电容器上的放电过程为例讨论时间常量的测量.

2 测量方法及分析

在 RLC 串联电路中, 设电源电压为 $0 \sim E$ 的方波电压, 则电路的放电过程回路方程为

$$LC \frac{d^2 U_C}{dt^2} + RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0,$$

当 $R < \sqrt{\frac{4L}{C}}$ 时为欠阻尼状态, 根据初始条件 $t = 0$

时, $U_C = E, \frac{dU_C}{dt} = 0$, 其解为

$$U_C = E \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\frac{t}{\tau}} \sin(\omega_d t + \varphi), \quad (1)$$

其中 τ 为时间常量, $\tau = \frac{2L}{R}$; ω_0 为电路的固有频率,

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; ω_d 为欠阻尼震荡的频率, $\omega_d =$

$\sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{\tau^2}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{R^2 C}{4L}}$; $\sin \varphi = \frac{\omega_d}{\omega_0}$. 与 (1) 式

对应的震荡曲线如图 1 所示.

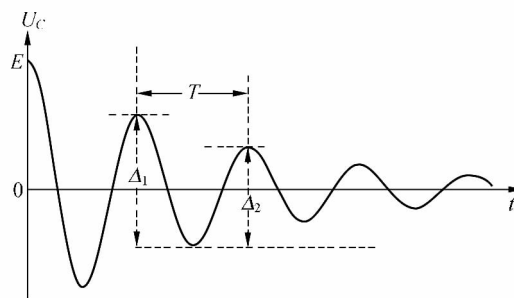


图 1 电容放电曲线

若认为震荡峰值出现在 $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm 1$ 时, 可用以下 2 种方法通过测量震荡峰值求时间常量 τ .

方法 1: 由线性回归方程的斜率求时间常量. 由 (1) 式, U_C 为正最大值时,

$$U_{Cm} = E \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (2)$$

两边取对数得:

$$\ln U_{Cm} = \ln \left(E \frac{\omega_0}{\omega_d} \right) - \frac{t}{\tau}, \quad (3)$$

测出几组 (U_{Cm}, t) , 作 $\ln U_{Cm} - t$ 的直线, 利用图解法求斜率可得到时间常量 τ .

方法 2: 测量任意两振幅比值求时间常量.

根据 (1) 式, 测量任意振幅 U_{Cm1} 及相隔 nT 时间衰减后的振幅 U_{Cm2} , 则

收稿日期: 2014-03-05

作者简介: 王国菊(1974-), 女, 山东章丘人, 聊城大学物理科学与信息工程学院副教授, 硕士, 主要从事大学物理与大学物理实验的教学和研究.

$$\frac{U_{Cm1}}{U_{Cm2}} = \frac{E \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\frac{t}{\tau}}}{E \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\frac{t+nT}{\tau}}} = e^{\frac{nT}{\tau}}, \quad (4)$$

两边取对数得

$$\tau = \frac{nT}{\ln \frac{U_{Cm1}}{U_{Cm2}}}, \quad (5)$$

再测出欠阻尼震荡周期 T , 可求出时间常量 τ .

也可由相邻的两峰谷电压差的比值测量时间常量. 根据图 1, 测出相邻的两峰谷电压差 Δ_1 和 Δ_2 . 由放电方程 (1) 式可知,

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= E \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\frac{t_1}{\tau}} + E \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\frac{t_1+T/2}{\tau}}, \\ \Delta_2 &= E \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\frac{t_1+T/2}{\tau}} + E \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\frac{t_1+T}{\tau}}, \end{aligned}$$

两式相除得:

$$\tau = \frac{T}{2} \ln \frac{\Delta_1}{\Delta_2}, \quad (6)$$

测出 Δ_1, Δ_2 和 T , 即可求出时间常量 τ .

以上方法是把 $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm 1$ 对应的电压看作衰减震荡的峰值, 这是把 (1) 式看作简单函数的粗略近似. 这种近似结果显然与求解 (1) 式时所依赖的初始条件相矛盾, 对学生理解震荡过程造成一定的困难.

根据 $\frac{dU_C}{dt} = 0$, 可解出准确的震荡峰值位于

$$\tan(\omega_d t + \varphi) = \omega \tau \text{ 处, 对应 } \sin(\omega_d t + \varphi) = \pm \frac{\omega_d}{\omega_0}.$$

只有当 $R=0$ 时, $\omega_d = \omega_0, \varphi = \frac{\pi}{2}$, $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm 1$ 对应的电压才真正等于震荡峰值; 而电路中必然存在电阻, 因此 $\omega_d < \omega_0$, 震荡峰值出现在 $|\sin(\omega_d t + \varphi)| < 1$ 的时刻, 即电容电压峰值出现在 $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm 1$ 的时刻之前. 如: 第一个震荡峰值出现的准确时刻在 $t_0=0$ 时, 而按 $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm 1$, 该峰近似出现在 t 时刻, 则

$$t = \frac{\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\omega_d}{\omega_0}}{\omega}. \quad (7)$$

近似时刻与准确时刻的时间间隔为 $\Delta t = t - t_0$, 图 2 画出了在 L 和 C 值一定的情况下 $\frac{\Delta t}{T} - R$ 的关系曲线. 随着电阻 R 的增大, Δt 增大, 到临界阻尼时达到最大 $\Delta t = \frac{T}{4}$. 显然认为震荡峰值出

现在 $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm 1$ 时是不合理的.

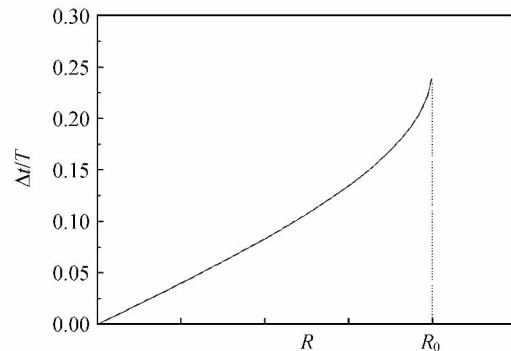


图 2 $\Delta t/T$ 与 R 的关系曲线

既然衰减震荡峰值出现在 $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm$

$\frac{\omega_d}{\omega_0}$ 时, 则对应的振幅应为

$$U_{Cm} = E e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (8)$$

因此需要对以上 2 种时间常量的测量方法进行修正. 用方法 1 测量时, (3) 式变为

$$\ln U_{Cm} = \ln E - \frac{t}{\tau}, \quad (9)$$

(9) 式与 (3) 式相比较, 直线的截距改变了, 而斜率不变, 因此时间常量的测量结果不变. 用方法 2 测量时, 对比 (2) 式和 (8) 式, 振幅系数发生了变化, 而振幅系数的改变对振幅比没有影响, 测量的时间常量也就不会变化. 因此尽管衰减震荡的峰值不是出现在 $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm 1$ 时, 但在这种近似下求得的时间常量却是正确的.

3 结 论

不管按照峰值出现在 $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm 1$ 的近似位置, 还是按照峰值出现在 $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm \frac{\omega_d}{\omega_0}$ 的准确位置, 用本文涉及的 2 种方法测得的时间常量是一致的、正确的. 但在提到衰减震荡的峰值时, 最好不要指出峰值出现在 $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm 1$ 时, 这样会干扰学生对初始条件的理解.

参考文献:

- [1] 杨述武, 杨介信, 陈国英, 等. 普通物理实验(二、电磁学部分)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000: 288-297.
- [2] 朱世嘉. RLC 串联电路暂态过程中的几个问题[J]. 大学物理, 1988, 7(6): 23-24.
- [3] 曹伟然. 用示波器测 RLC 电路暂态过程的时间常

- 数[J]. 临沂师范学院学报, 2005, 27(6): 138-139.
- [4] 王新礼. *RLC* 串联电路暂态过程和 τ 值的修正[J]. 北华大学学报(自然科学版), 2005, 6(5): 396-398.
- [5] 桂维玲. *RLC* 并联电路暂态过程临界电阻测量的新方法[J]. 山东师范大学学报(自然科学版), 2007, 22(4): 132-133.
- [6] 丁菲, 刘平安. 大学物理实验[M]. 开封: 河南大学出版社, 2009: 206-209.
- [7] 陶向阳, 燕安. 基础物理实验教程[M]. 南昌: 江西教育出版社, 2007: 101-106.

Influence of transient vibration peaks on time constant measurement of *RLC* circuit

WANG Guo-ju, LV Tai-guo, MOU Juan

(College of Physics Science and Information Engineering, Liaocheng University,
Liaocheng 252059, China)

Abstract: When measuring the time constant of *RLC* circuit in transient process, the time constant was usually obtained indirectly by measuring the voltage of the underdamping vibration peaks of the capacitance. The underdamping vibration peaks was always approximated by the voltage when $\sin(\omega_d t + \varphi) = \pm 1$. The difference and relationship between the approximate peak and the exact peak were discussed in this paper. The result showed that the time constant worked out from the approximate peak was not an approximate result. It was in accordance with the time constant obtained from the exact peak.

Key words: *RLC* transient process; time constant; underdamping vibration

[责任编辑: 郭 伟]

(上接第 27 页)

- [7] Wu Z, Xia G. Transmission of Gaussian beam after incidenting nonnormally on a Frabry-Perot etalon; a nonresonant case [J]. *Opt. & Laser Technol.*, 2003, 35(2): 123-126.
- [8] 赵凯华. 光学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004: 111, 144-146.
- [9] 玻恩, 沃耳夫. 光学原理[M]. 7 版. 北京: 电子工业出版社, 2009: 249.

Optimal design of refractive index measurement to overcome interference caused by dual spectrum of sodium lamp

WANG Jing, LI Chao-rong, PEI Zhao, LI Hua

(School of Physics and Nuclear Energy Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: In the experiment of measuring the refractive index of plate glass using spectrometer, the dual spectrum of the sodium lamp blurred the interference fringes and impeded the measurement. With the help of numerical simulation, the influence of the dual spectrum on the interference field and contrast ratio was analyzed. Based on the theoretical results and technological requirements, the reflection of the plate glass should be about 0.6 and the wedge angle should be around $1'$.

Key words: multi-beam interference; spectrometer; dual spectrum; contrast ratio

[责任编辑: 郭 伟]