

## 音叉共振式液体密度测量实验的设计与实现

张洪, 曹常芳, 皮厚礼

(华中科技大学物理学院, 湖北武汉 430074)

摘要: 在原有的 DH4615 型音叉受迫振动与共振实验仪的基础上, 设计了液体密度测量传感装置, 通过实验数据测量、定标, 对水、乙醇、汽油等液体通过测量谐振频率求得待测液体的密度, 测量精度符合实验要求。

关键词: 音叉共振; 液体密度; 共振频率; 传感器

中图分类号: O422.6

文献标识码: A

文章编号: 1005-4642(2016)12-0016-03

音叉受迫振动与共振实验是大学物理经典实验, 也是我校面向全校本科生开设的基础物理实验, 每年有 1 个学期近 6 000 多名学生选做。从物理学及工程技术角度看, 该实验有利于培养学生获取知识及能力, 但原实验还有些相应实验内容、实验手段尚未开发。根据共振频率与音叉双臂质量的关系及质量(密度)测量原理, 笔者设计了音叉振动式液体密度测量仪, 解决了该实验尚存的主要问题, 完善了实验项目, 对学生创新意识、科研能力、科学作风和综合素质的培养将发挥积极而重要的作用。

### 1 实验原理

#### 1.1 音叉的电磁激振与拾振

利用电磁感应原理工作的 2 个带有铁芯的电磁线圈分别担任激振元件与拾振元件, 连接激励信号源的激振线圈使音叉产生振动, 连接测量仪表的拾振线圈拾取音叉的振动。

#### 1.2 简谐振动与阻尼振动

物体的振动速度不大时, 它所受到的阻力大小  $F$  通常与速率  $u$  成正比, 即

$$F = -\gamma u = -\gamma \frac{dx}{dt}, \quad (1)$$

式中  $\gamma$  是与阻力相关的比例系数, 其值由运动物体的形状、大小和周围介质等性质决定。

物体的振动在有阻尼的情况下, 振子的动力学方程为

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\gamma \frac{dx}{dt} - kx, \quad (2)$$

其中:  $m$  为振子的等效质量,  $k$  为与振子属性有关的劲度系数。

令  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ ,  $2\delta = \frac{\gamma}{m}$  代入(2)式可得:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (3)$$

式中  $\omega_0$  是对应于无阻尼时的系统振动的固有角频率,  $\delta$  为阻尼系数。

当阻尼较小时, 式(3)的解为

$$x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (4)$$

式中  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ 。

由式(4)可知, 如果  $\delta = 0$ , 则认为是无阻尼的运动, 这时  $x = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ , 成为简谐运动。在  $\delta \neq 0$ , 即在有阻尼的振动情况下, 此运动是衰减运动。由  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$  可知, 相邻 2 个振幅最大值之间的时间间隔为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}, \quad (5)$$

与无阻尼的周期  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$  相比, 周期变大。

#### 1.3 音叉的振动周期与质量的关系

由式(5)可知, 在阻尼  $\delta$  较小可忽略时, 有:

$$T \approx \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (6)$$

由式(6)可知, 可以通过改变质量  $m$  改变音叉的共振频率。在标准基频为 256 Hz 的音叉的 2 个

“第 9 届全国高等学校物理实验教学研讨会”论文

收稿日期: 2016-05-31

作者简介: 张洪(1965—), 女, 湖北鄂州人, 华中科技大学物理学院工程师, 学士, 主要从事大学物理实验仪器维护管理和物理实验教学研究。



臂上对称等距开孔,这时  $T$  变小,共振频率  $f$  变大;将 2 个相同质量的物块  $m_x$  对称地加在两臂上时, $T$  变大,共振频率  $f$  变小. 从式(6)可知

$$T^2 = B(m_0 + m_x), \quad (7)$$

其中, $B=4\pi^2/k$  为常量,与音叉材料的力学性质、大小及形状有关, $m_0$  为与每个振动臂的等效质量有关的常量; $m_x$  为每个振动臂增加的物块质量.

由式(7)可见,音叉振动周期的平方与质量成正比. 由此可由测量音叉的振动周期来测量未知质量,并可制作测量质量和密度的传感器.

## 2 音叉共振式液体密度测量实验

### 2.1 设计制作液体密度传感器实验装置

根据共振频率与音叉双臂质量  $m$  的关系及质量(密度)测量原理,设计了 1 对液体密度传感器(如图 1 所示)并组装音叉振动式液体密度测量仪,可配合 DH4615 型音叉受迫振动与共振实验仪组成振动式液体密度测量仪(如图 2 所示).



(a)示意图 (b)实物图  
图 1 液体密度传感器

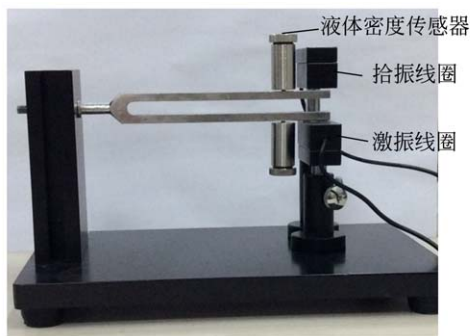


图 2 振动式液体密度测量仪

### 2.2 液体密度测量数据的设计原理及理论推导 共振频率与音叉双臂质量 $m$ 的关系为

$$T^2 = B(m_0 + m_x).$$

若振动式液体密度传感装置内可注入液体的体积为  $V_0$ ,液体密度传感装置的质量为  $m_1$ ,待测

液体的质量为  $m_x$ ,则

$$\rho = \frac{m_x}{V_0} = \frac{T^2}{V_0 B} - \frac{m_0 + m_1}{V_0}. \quad (8)$$

令  $B' = \frac{1}{V_0 B}$ ,  $A' = -\frac{m_0 + m_1}{V_0}$ ,得

$$\rho = \frac{B'}{f_0^2} + A'. \quad (9)$$

$B'$ 和  $A'$ 为传感器的特征量,其值取决于管子的几何结构和材料,由已知密度的液体进行定标而确定. 对管内流动的液体, $B'$ 值和  $A'$ 值与液体的流速、黏度均无关,液体密度仅是传感器谐振频率的函数. 因此,对于注入不同密度的液体的管子,通过测量传感器不同的谐振频率,便可求管内液体的密度.

## 3 测量数据及结果分析

由该仪器测得的共振频率  $f$  与双臂质量  $m_x$  的关系数据如表 1 所示,作图如图 3 所示.

表 1 共振频率  $f$  与双臂质量  $m_x$  的关系

$m_x/g$	$f/Hz$	$T^2/(10^{-7} s^2)$
0	262.394	145.242 0
5	244.037	167.914 7
10.9	226.524	194.881 9
15.4	215.402	215.524 6
21.9	200.594	248.521 6
26.3	192.607	269.560 3
31.3	183.075	298.360 9
37.3	173.014	334.070 0

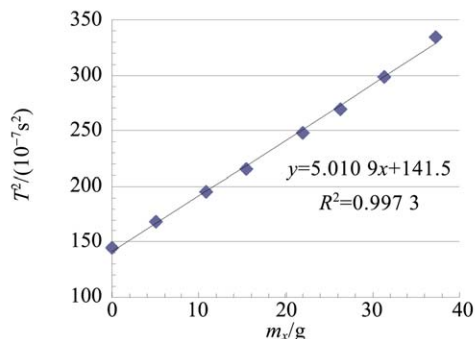


图 3 周期的平方与双臂质量  $m$  的关系

由已知密度的液体(水)对该传感器的特征量进行定标,因为  $\rho = \frac{B'}{f_0^2} + A'$ ,  $\rho_{水} = 1.0 \text{ g/cm}^3$ ,则

$$\begin{cases} A' = -\frac{m_0 + m_1}{V_0} = -58.85 \text{ g/cm}^3, \\ B' = \frac{1}{V_0 B} = 1.559 \times 10^6 \text{ g/(s}^2 \cdot \text{cm}^3), \end{cases}$$

所以

$$\rho = \left( \frac{1.599}{f^2} \times 10^6 - 58.85 \right) \text{ g/cm}^3.$$

测量的数据如表 2 所示.

表 2 液体密度测量值及测量误差

液体	$f/\text{Hz } T^2/(10^{-5} \text{ s}^2)$		$\rho/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$		$E_r$
			测量	标准	
水	161.424	3.837 6	0.979	1	2.12%
酒精	161.713	3.823 9	0.765	0.793	3.53%
汽油	161.785	3.820 5	0.712	0.725	1.79%
柴油	161.570	3.830 7	0.870	0.830	-4.82%
无水乙醇	161.728	3.823 2	0.754	0.789	4.44%
煤油	161.719	3.823 6	0.760	0.800	5.00%

#### 4 结束语

本文充分利用原有的仪器设备,经过简单的改造,使之能够完成测量液体密度的实验内容.新改制的实验装置目前已经经过物理实验班的部

分学生使用,学生不仅能很好地完成实验,并写出了质量较高的实验报告.将新改制的实验装置进一步完善,完全可以推广到全校本科生基础物理实验中;同时,也可以作为综合性实验供物理学院专业的学生选做;并且可为大学生创新项目、业余科研及毕业设计等提供新的实验思路和实验设备.

#### 参考文献:

- [1] 熊永红,任忠明,张炯,等. 大学物理实验(第一册)[M]. 北京:科学出版社,2008:73-86.
- [2] 赵凯华,罗蔚茵. 概念物理教程:力学[M]. 北京:高等教育出版社,2000:264-319.
- [3] 倪敏,薛珍美. 音叉的速度共振与位移共振曲线的测量和研究[J]. 实验室研究与探索,2010,29(2):24-29.
- [4] 丁慎训,张孔时. 物理实验教程[M]. 北京:清华大学出版社,2001:198-200.
- [5] 宋徐林,王昆林. 利用 DIS 数字化信息系统对高脚玻璃杯振动声现象的研究[J]. 物理实验,2015,35(3):43-46.
- [6] 高玉,李美玲,常虹,等. 探究声音对亥姆霍兹旋转木马的影响[J]. 物理实验,2015,35(11):5-8,12.

## Design and realization of measuring liquid density by tuning fork resonance

ZHANG Hong, CAO Chang-fang, PI Hou-li

(School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** Based on the forced vibration and resonance equipment of DH4615, which is based on tuning fork, a liquid density measurement sensor was designed. After calibration, the resonance frequency of liquids such as water, alcohol and gasoline were measured, and the densities of these liquids were obtained. The measurement accuracy achieved the requirements.

**Key words:** tuning fork resonance; liquid density; resonance frequency; sensor

[责任编辑:尹冬梅]