

文章编号:1005-4642(2020)06-0018-04

光杠杆镜面和望远镜光轴初始不垂直度对放大率的影响

常相辉^{a,b}, 魏云^{a,b}, 刘其军^{a,b}, 贾欣燕^{a,b}, 樊代和^{a,b}

(西南交通大学 a. 物理国家级实验教学示范中心(西南交通大学);

b. 物理科学与技术学院, 四川 成都 611756)

摘要:结合光杠杆测量微小伸长量的光学原理,详细分析了静态拉伸法测量金属丝杨氏弹性模量的实验中,光杠杆镜面初始不竖直对光杠杆放大率造成的影响.分析结果表明,随着光杠杆镜面初始时与竖直方向夹角的增大,其放大率与传统教材中的放大率公式相比,将非线性地增加,进而对金属丝杨氏弹性模量的测量精度造成影响.最后给出了降低此影响的实验仪器调节步骤建议.如采用新增加的仪器调节建议,可将金属丝杨氏弹性模量测量精度的影响降低到1‰以内.

关键词:杨氏弹性模量;光杠杆;放大率;初始夹角

中图分类号:O343

文献标识码:A

DOI:10.19655/j.cnki.1005-4642.2020.06.004

杨氏模量是描述固体材料抵抗形变能力的物理量,是材料的固有属性之一^[1].在工程技术设计领域中,其是选定机械零件材料的重要参数之一.国内许多高校将杨氏弹性模量测量实验作为课程的实验项目之一.因此,杨氏模量测量实验方法的重要性和高校中培养学生实验技能的重要性显而易见.

1 杨氏模量的测量原理

目前,实验室中关于材料杨氏模量的测量方法主要有静态拉伸法^[2]、动态共振法^[3]、梁弯曲法^[4]以及超声波测量法^[5]等.而国内高校的大学物理实验教学中,很多都采用如图1所示的静态拉伸法测量金属丝的杨氏模量^[6-7].图1中被测金属丝被固定在AB之间,其受力可用砝码重力来模拟.在平台B上面,放置了光杠杆M(具有3个足尖的平面镜).在光杠杆的远处,放置了望远镜T以及标尺S.如对圆柱体金属丝施加一定的力F,则金属丝将从原长L伸长为L+ΔL,通过实验测出金属丝的直径d,利用 $E = \frac{4FL}{\pi d^2 \Delta L}$ 获得

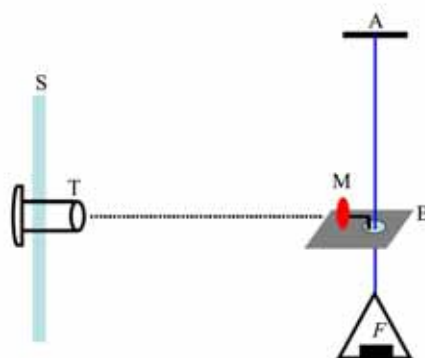


图1 常用静态拉伸法测量金属丝杨氏模量实验仪示意图

金属丝的杨氏模量.

在拉伸法测量金属丝杨氏模量的实验中,由于金属丝受力后的伸长量ΔL非常小(通常在μm量级),因而不容易被直接测得.为此,实验中常采光杠杆对此微小长度变化量进行测量.光杠杆测量金属丝受力后的微小长度变化量ΔL的原理如图2所示,b表示光杠杆的长度,D表示光杠杆平面镜到标尺的距离,金属丝的原长为L.受力

收稿日期:2020-03-16

作者简介:常相辉(1980—),男,山东济宁人,西南交通大学物理科学与技术学院讲师,博士,研究方向为凝聚态物理及大学物理实验教学.

通信作者:樊代和(1981—),男,山西河曲人,西南交通大学物理科学与技术学院副教授,博士,研究方向为量子光学及大学物理实验教学. E-mail:dhfan@swju.edu.cn



时,金属丝将伸长 ΔL ,导致光杠杆的平面将转过角度 α .

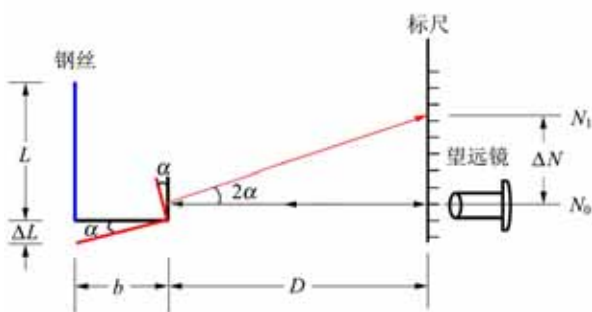


图2 光杠杆测量微小长度变化量的原理图

从图2中可以看出,当金属丝不受力时,光杠杆的平面镜处于竖直状态,即平面镜与望远镜的光轴是垂直的.此时标尺上 N_0 刻度可对准望远镜的叉丝中心水平线处.当金属丝受力伸长 ΔL 后,由于光杠杆旋转 α 角,则在固定望远镜位置的情况下,标尺的 N_1 刻度处将对准望远镜的叉丝中心水平线处.此时,根据几何关系,可以得出

$$\Delta L = b \tan \alpha, \quad (1)$$

$$\Delta N = D \tan (2\alpha). \quad (2)$$

在 ΔL 非常小(即 α 角非常小)的情况下,取近似 $\tan \alpha \approx \alpha, \tan (2\alpha) \approx 2\alpha$,则可以得到光杠杆对微小长度变化量的放大率为

$$\gamma = \frac{\Delta N}{\Delta L} = \frac{2D}{b}. \quad (3)$$

式(3)表明,利用光杠杆将微小长度变化量放大 γ 倍到容易测量(通常为 mm 量级)的量级后,结合其他常量(金属丝的原长 L 以及直径 d)测量,即可测出金属丝的杨氏模量.

值得注意的是,图2所示的光杠杆测量微小伸长的原理,在金属丝未受力时,光杠杆的镜面与望远镜的光轴是垂直的.而在实际的实验仪器调节过程中,这一实验条件未必能够达到上述标准状态.此时,如果直接用式(3)测量金属丝受力后的微小长度变化量,则必然将对金属丝杨氏模量值的测量带来影响.

基于此,本文详细分析了在利用静态拉伸法测量钢丝杨氏模量实验中,光杠杆镜面和望远镜光轴初始(即钢丝未受力)时不垂直对光杠杆放大率造成的影响.在此基础上,给出消除此影响对应的实验仪器调节建议.

2 光杠杆镜面与望远镜光轴初始不垂直度对放大率的影响分析

如图3所示,假设在钢丝未受力时,光杠杆的镜面与望远镜光轴有一定的夹角 θ_0 .此时,标尺的 N_0' 刻度对准于望远镜目镜筒的叉丝中心水平线处.当钢丝受力伸长 ΔL 后,由于光杠杆的平面镜转过了角度 α ,则在固定望远镜位置的情况下,标尺的 N_1' 刻度对准于望远镜目镜筒的叉丝中心水平线处.

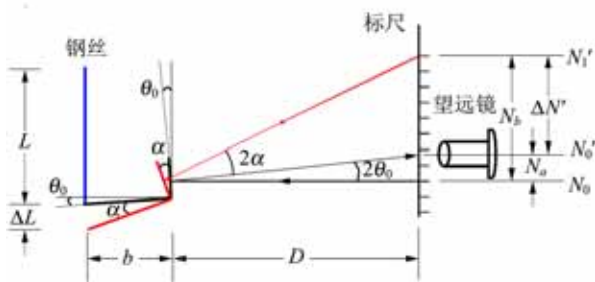


图3 光杠杆镜面初始时与竖直方向有夹角 θ_0 时测量微小长度变化量原理图

此时,根据图3中的几何关系可以得出

$$N_a = D \tan (2\theta_0), \quad (4)$$

$$N_b = D \tan (2\theta_0 + 2\alpha). \quad (5)$$

最终,通过式(4)~(5)可以得出,钢丝受力前后,从望远镜中观察到标尺的变化量为

$$\Delta N' = N_b - N_a = D [\tan (2\theta_0 + 2\alpha) - \tan (2\theta_0)]. \quad (6)$$

实验中,由于 θ_0 和 α 都是小量,因此对式(1)和式(6)做泰勒级数展开,并只保留前2项(即

$\tan x \approx x + \frac{1}{3} x^3$),则式(1)和式(6)可分别写为

$$\Delta L \approx b \left[\alpha + \frac{\alpha^3}{3} \right], \quad (7)$$

$$\Delta N' \approx D \left[2\alpha + \frac{8\alpha^3 + 24\theta_0^2\alpha + 24\theta_0\alpha^2}{3} \right], \quad (8)$$

此时,光杠杆的放大率可表示为

$$\gamma' = \frac{\Delta N'}{\Delta L} = \frac{D6 + 8\alpha^2 + 24\theta_0^2 + 24\theta_0\alpha}{b(3 + \alpha^2)}. \quad (9)$$

从式(9)可以看出,当光杠杆镜面与望远镜光轴初始不垂直时(即 $\theta_0 \neq 0$),光杠杆的放大率显然与传统教材中描述的放大率[式(3)]不同,这一不同将直接影响到钢丝受力时的真实伸长量 ΔL 的测量精度,进而影响到钢丝杨氏模量的测量精度.

为了说明光杠杆镜面与望远镜光轴初始不垂直度对光杠杆放大率造成的影响,采用实验中的典型实验参量值做进一步分析. 假设实验测量一直径为 $d=0.70\text{ mm}$ 的圆柱体钢丝的杨氏模量 ($E=2.0\times 10^{11}\text{ N/m}^2$) 值. 选取钢丝原长为 $L=0.70\text{ m}$, 光杠杆平面镜到标尺的距离为 $D=1.0\text{ m}$, 光杠杆的长度为 $b=7.0\text{ cm}$. 此时, 当用一质量为 $M=1.0\text{ kg}$ 砝码对应的重力 (即 $F=9.8\text{ N}$) 对钢丝进行拉伸时, 可以计算得出对应的伸长量为

$$\Delta L = \frac{4FL}{\pi d^2 E} \approx 89\ \mu\text{m}. \quad (10)$$

式(10)表明, 当使用上述杨氏模量测量实验的典型参量时, 钢丝受力后, 光杠杆平面镜的旋转角度为 $\alpha \approx 4.4'$. 将上述 D, b, α 各值分别代入到式(3)和式(9), 可以得到 γ'/γ 随 θ_0 的变化关系如图 4 所示.

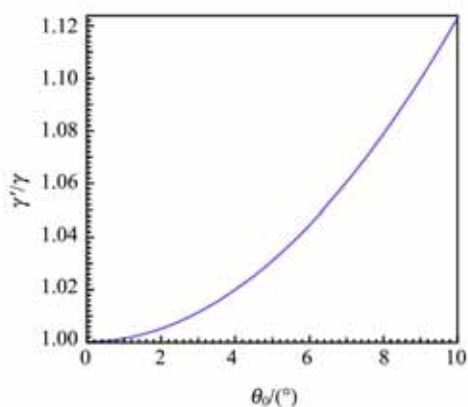


图 4 γ'/γ 随 θ_0 的变化关系图

从图 4 中可以看出, 当光杠杆镜面与望远镜光轴初始为垂直状态时 (即 $\theta_0=0^{\circ}$), $\gamma'/\gamma=1$, 即传统教材中关于光杠杆的放大率式(3)式是成立的. 但是, 随着光杠杆镜面与望远镜光轴初始不垂直度的增大 (即 θ_0 的增大), γ'/γ 值将非线性地增大. 这也说明, 当 $\theta_0=0^{\circ}$ 时, 传统教材中的光杠杆放大率公式 [即式(3)] 并不能真实反映出钢丝受力时的微小长度变化量 ΔL 值, 需要进行修正. 特别地, 从图 4 中可以看出, 当 $\theta_0=10^{\circ}$ 时, $\gamma'/\gamma \approx 1.12$, 也即, 如此时仍用式(3)所描述的光杠杆放大率公式进行钢丝微小长度变化量的测量, 最终将会对钢丝的杨氏模量的测量结果带来约 12% 的测量误差.

3 对实验仪器调节的建议

在利用静态拉伸法测量钢丝的杨氏模量的实验仪器调节中, 对应于图 1 所示的实验仪器原理图, 通常的操作步骤为:

1) 实验准备. 调节望远镜 T 和光杠杆 M 镜面中心位置等高, 调节望远镜基本水平, 光杠杆平面镜面基本竖直.

2) 粗调. 在望远镜 T 对准光杠杆平面镜的前提下, 微调望远镜 T 的位置, 使能从望远镜上方观察到标尺的像.

3) 细调. 分别通过调节望远镜的目镜调节滚轮和物镜调节滚轮, 使在望远镜目镜中能够观察到叉丝水平线和标尺的像, 并无视差存在. 此时, 可以根据光杠杆测量微小长度变化量的原理, 对钢丝进行施力, 并测量受力导致的微小长度变化量 ΔL .

为了能够克服如本文所述的光杠杆镜面与望远镜光轴初始不垂直度对杨氏模量测量造成的影响 [即直接用式(3)进行微小长度变化量的测量], 建议在上述通常的仪器操作步骤上, 额外增加以下两方面的调节:

首先, 在上述实验准备阶段, 上下调节标尺 S 的位置, 使其零刻度 (通常位于标尺的中部) 与望远镜的中心高度等高.

其次, 在细调工作结束后, 从望远镜中检查叉丝中心水平线是否处于标尺的零刻度的 $\pm 1.5\text{ cm}$ 内. 如能达到此要求, 则可进行钢丝受力导致的微小长度变化量测量, 此时可修正光杠杆镜面与望远镜光轴初始不垂直时对光杠杆放大率带来的影响. 如不能达到此要求, 则需要重复进行实验仪器操作步骤中的实验准备工作, 直至符合要求.

值得说明的是, 如仪器调节过程中能达到上述 $\pm 1.5\text{ cm}$ 标准, 则传统教材中描述的光杠杆放大率公式 [即式(3)] 仍然适用. 这是因为, 在此种情况下, 仍然利用上述典型的光杠杆镜面到标尺的距离参量 $D=1.0\text{ m}$, 可计算得出 $\theta_0 \leq 0.86^{\circ}$, 此时通过图 4 可以得出 $\gamma'/\gamma=1.001$. 也即, 如仪器调节能达到上述 $\pm 1.5\text{ cm}$ 标准, 则利用传统教材中的光杠杆放大率式(3)进行微小长度变化量的计算, 可将光杠杆镜面初始不竖直对杨氏模量测量造成的影响降低到 1% 以内.

4 结 论

在拉伸法测量钢丝杨氏模量的实验中,结合光杠杆对微小长度变化量测量的放大原理,详细分析了当光杠杆平面镜与望远镜光轴初始不垂直度对传统教材中描述的光杆放大率造成的影响.分析表明,随着光杠杆平面镜初始时与望远镜光轴之间的夹角 θ_0 增大,光杠杆的实际放大率与传统教材中描述的放大率相比,将非线性地增大,进而对杨氏模量的测量精度造成影响.当 $\theta_0 = 10^\circ$ 时,如利用传统教材中的光杠杆放大率公式进行钢丝微小长度变化量的测量,将会对钢丝杨氏模量值的测量结果带来高达 12% 的测量误差.为了仍然利用传统教材中表述较为简单的光杠杆放大率公式,补充了 2 个方面的调节和检查步骤,即如能调节使钢丝未受力时,从望远镜中观察到叉丝中心水平线处于标尺零刻度的 $\pm 1.5 \text{ cm}$ 内,则利用传统教材中的光杠杆放大率公式进行钢丝杨氏弹性模量测量,其影响将小于 1‰.

参考文献:

- [1] 徐龙道. 物理学词典[M]. 北京:科学出版社,2004:38.
- [2] 车东伟,姜山,张汉武,等. 静态拉伸法测金属丝杨氏模量实验探究[J]. 大学物理实验,2013,26(2):33-35.
- [3] 余观夏,张爱珍,阮锡根. 用共振法测定动态杨氏模量实验装置的改进[J]. 物理实验,2004,24(2):41-42,46.
- [4] 梁霄,田源,铁位金,等. 横梁弯曲衍射法测杨氏模量实验仪的研制[J]. 物理实验,2011,31(8):31-33.
- [5] 赵绍智,蒋添雨,刘志翔,等. 基于超声波压缩波测量软组织杨氏模量[J]. 中国医疗设备,2019,34(2):35-37,53.
- [6] 樊代和. 大学物理实验数字化教程[M]. 北京:机械工业出版社,2020:43-49.
- [7] 吕金钟. 大学物理实验教程[M]. 北京:清华大学出版社,2012:53-63.

Research on the influence of the initial misalignment of the optical lever mirror on the magnification

CHANG Xiang-hui^{a,b}, WEI Yun^{a,b}, LIU Qi-jun^{a,b}, JIA Xin-yan^{a,b}, FAN Dai-he^{a,b}

(a. National Demonstration Center for Experimental Physics Education (Southwest Jiaotong University); b. School of Physical Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China)

Abstract: Based on the optical principle of optical lever, this paper analyzed the influence of the initial misalignment of optical lever mirror on the magnification in the experiment of Young modulus measurement. The results showed that, with the increase of the initial angle between the optical lever mirror and the vertical direction, the magnification of the optical lever would increase nonlinearly compared with the magnification formula in the traditional textbook, which would affect the measurement accuracy of Young modulus of metal wire. Finally, some suggestions on the adjustment steps to reduce the influence were given. If the suggestions were adopted, the influence on the measurement accuracy of Young modulus could be reduced to less than 1/1 000.

Key words: Young modulus; optical lever; magnification; initial angle

[责任编辑:尹冬梅]