

文章编号:1005-4642(2020)06-0057-03



基础教育

基于 Tracker 的动量定理验证实验

丁益民, 吴星星, 秦凤玲

(湖北大学 物理与电子科学学院, 湖北 武汉 430062)

摘 要:提出了利用 Tracker 验证动量定理的实验方法, 将一般仪器难以测量的冲量转换成对时间的测量, 再运用 Tracker 的追踪功能, 读出物体运动的时刻与对应的速度, 进而验证变力作用下的动量定理。

关键词: Tracker; 变力; 动量定理; 冲量

中图分类号: G633.7

文献标识码: A

DOI: 10.19655/j.cnki.1005-4642.2020.06.011

恒力作用的动量定理的验证实验比较容易进行^[1-3], 但对于变力作用下的动量定理的验证则较为困难, 其原因是在变力作用下力对时间的累积即冲量用传统的方法难以测量, 虽然利用数字化实验系统 DISlab 的传感器可实现对变力作用下的动量定理验证实验^[4-7], 但是这些实验设备在中学物理实验室并不常见. 本文在文献[8]的基础上, 将对冲量的测量转化成对时间与速度的测量, 再使用 Tracker 的追踪功能, 记录物体任意时刻的瞬时速度, 从而实现了变力作用下动量定理的验证. 该方法克服了使用光电门测瞬时速度不准确的缺点, 同时简化了实验装置, 也提高了验证实验的精确度.

1 实验原理

如图 1 所示, 竖直悬挂的弹簧处于自然状态时, 下端在 O 点, 挂上小球, 此时弹簧长度为 L, 小球静止在 P 点, 以 O 点为坐标原点, 建立一维坐标系, 竖直向下为正方向. 将小球向下拉到 P' 点后释放, 小球在重力和弹力的作用下, 在竖直方向上下振动. 忽略小球受到的空气阻力, 则小球受到的合外力为

$$F = -kx + mg, \quad (1)$$

式中, k 为弹簧的劲度系数, x 为弹簧形变量, kx 为弹簧的弹力, 负号表示弹簧所产生的弹力与其伸长(或压缩)的方向相反, mg 为小球的重力. 根据牛顿第二定律微分形式

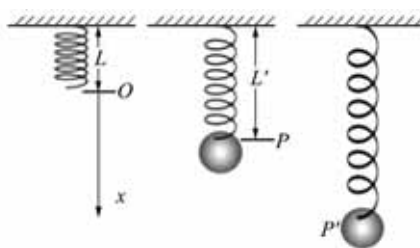


图 1 悬挂的小球

$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad (2)$$

把式(2)代入式(1), 得

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx + mg, \quad (3)$$

其通解为

$$x = A \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + B \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{mg}{k}, \quad (4)$$

对式(4)求一阶导数, 得

$$v = -A \sqrt{\frac{k}{m}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t + B \sqrt{\frac{k}{m}} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t, \quad (5)$$

对式(4)求二阶导数, 得

$$a = -A \frac{k}{m} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t - B \frac{k}{m} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t. \quad (6)$$

当小球在 P' 点释放, 小球将在竖直方向做机械振动, 通过 Tracker 分析可得到的小球运动的相关的数据. 选取某一平衡位置, 即竖直方向加速度为 0 的点作为起始点开始计时, 此时, $t=0$, 速度为 $v=v_0$, 加速度 $a=0$, 代入式(5)和式(6), 得

收稿日期: 2019-11-14; 修改日期: 2020-02-25

基金项目: 湖北省高等学校教学研究项目(No. 2017215); 湖北省教育科学规划课题(No. 2018ZB072)

作者简介: 丁益民(1965—), 男, 湖北孝感人, 湖北大学物理与电子科学学院教授, 硕士, 主要从事物理课程与教学论、统计物理与复杂系统的研究. E-mail: dymhubu@sina.com



$$-A \frac{k}{m} = 0, v_0 = B \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (7)$$

解得

$$A=0, B=v_0 \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (8)$$

把式(8)代入式(4),得

$$x=v_0 \sqrt{\frac{m}{k}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{mg}{k}. \quad (9)$$

动量定理是指作用于物体的合外力 F 在时间 t_1 到 t_2 内产生的冲量等于物体在这一过程中动量的改变量,数学积分形式为

$$mv_2 - mv_1 = \int_{t_1}^{t_2} (mg - kx) dt, \quad (10)$$

其中,积分结果为 t_1 到 t_2 时间内的冲量大小,其方向与动量的变化量方向一致.把式(9)代入式(10)右边,并积分得

$$mv_2 - mv_1 = mv_0 \left[\cos \sqrt{\frac{k}{m}} t_2 - \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t_1 \right]. \quad (11)$$

式(11)右边指物体的冲量,左边指物体的动量的改变量.可以通过 Tracker 分析表格直接读出来的物理量有速度 v_1 和 v_2 及时间 t_1 和 t_2 ,再测出弹簧劲度系数 k ,将速度 v_0, v_1, v_2 和质量 m ,代入式(11)左边,可求出物体的动量的改变量;将弹簧劲度系数 k 、小球速度 v_0 、时间 t_1 和 t_2 ,代入式(11)右边可求出物体的冲量,最后比较动量的改变量和外力的冲量是否相等,验证动量定理.

2 实验装置和实验过程

2.1 弹簧劲度系数的测量

如图 2 所示,将弹簧挂在约利弹簧秤的支架上,在弹簧下端挂上托盘,调节支架的底脚使弹簧竖直向下.在托盘上加 2 g 砝码,调节旋钮,使称盘底部与水平支柱在同一水平面上,从标尺上读出 L 的值,以后每加 2 g 砝码测 1 次 L ,直至加到 16 g 后再逐次减砝码,测量结果记录在表 1 中.

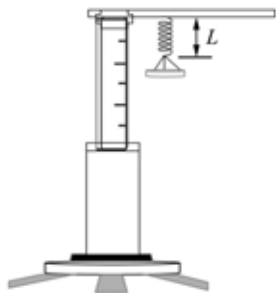


图 2 测量弹簧劲度系数装置

表 1 弹簧劲度系数的测量数据

G/N	L/m	G/N	L/m
0.020	0.085 1	0.100	0.170 9
0.040	0.107 2	0.120	0.183 1
0.060	0.122 9	0.140	0.215 2
0.080	0.146 1	0.160	0.231 0

用 Excel 软件将数据处理成 L - G 图像,如图 3 所示,可以求出弹簧劲度系数 k 值,结果为 $k=1.085 \text{ N/m}$.

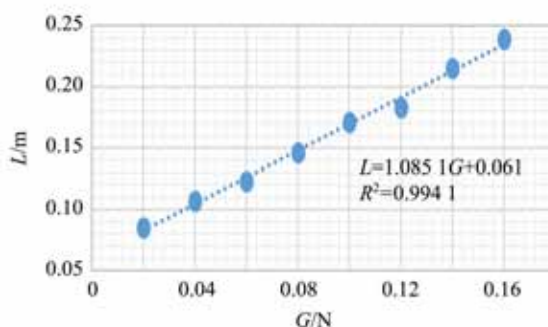


图 3 L - G 图像

2.2 速度和时间的测量

将图 2 中的托盘换成质量为 0.05 kg 的小球,固定好智能手机,打开智能手机录像功能后,竖直向下拉动弹簧一段距离后松手.待视频录制完成后导入 Tracker 软件中,分析得到时间、速度和加速度的数据如表 2 所示.

表 2 小球运动时间、速度与加速度

t/s	$v/(m \cdot s^{-1})$	$a/(m \cdot s^{-2})$
0.00	1.237	0.000
0.30	-0.541	-1.006
0.60	-1.181	-0.061
0.90	0.186	2.034
1.20	1.018	0.096
1.50	0.846	0.365
1.80	-0.767	-0.371
2.10	-1.077	-0.118
2.40	0.440	1.246
2.70	1.208	0.032
3.00	-1.231	-2.331
3.30	-0.089	-0.026
3.60	-0.279	1.869
3.90	1.153	0.037
4.20	0.629	0.685

3 实验数据处理与分析

选 $t_0=0$ 时为运动起始点(小球的竖直加速度 $a_y=0$),可直接在表 1 中读出 $v_0=1.237$ m/s,再在表 1 中任意选取 2 个时间点的速度 v_1 和 v_2 ,及对应的时间 t_1 和 t_2 (此时的 t_1 和 t_2 应为表 1 中对应的时间减去 t_0),将 v_0, v_1, v_2, t_1 及 t_2 、弹簧劲

度系数 k 、质量 m 代入式(11)验证动量定理。

从表 3 可以看出,动量的改变量与冲量的最小偏差和最大偏差分别约为 0.43% 和 2.05%,平均误差约为 1.17%。而就是因为本次实验使用的是 Tracker 自动分析测速的方法,极大地简化了装置,消除了许多不必要的摩擦阻力,才使得该方案更方便并且结果更精确。

表 3 动量的改变量与冲量

m/kg	t_1/s	t_2/s	$v_1/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$v_2/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$\Delta p/(\text{N}\cdot\text{s})$	$I/(\text{N}\cdot\text{s})$	E_e
0.050 0	1.20	2.70	1.018	1.208	0.009 5	0.009 6	1.05%
0.050 0	1.50	3.00	0.846	-0.089	-0.046 2	-0.046 8	1.30%
0.050 0	1.80	3.30	-0.764	-1.231	-0.023 4	-0.023 3	0.43%
0.050 0	2.10	3.60	-1.077	-0.279	0.039 1	0.039 9	2.05%
0.050 0	2.40	3.90	0.440	1.153	0.035 2	0.035 6	1.14%
0.050 0	2.70	4.20	1.208	0.629	-0.028 6	-0.028 9	1.05%

4 结束语

在文献[8]的基础上,将对变力冲量的测量转化为对时间的积分,又充分地利用 Tracker 软件的追踪功能,记录并分析出小球运动时的速度与加速度,不仅简化了实验装置,还提高了实验的精度,适用于中学物理教学。

参考文献:

- [1] 胡琦珩,丁益民,冯一帆,等. 利用智能手机验证牛顿第二定律[J]. 物理教师,2017,38(10):50-52.
 [2] 沈佳琳. 利用气垫导轨探究动能定理[J]. 湖南中学物理,2016,31(6):48-49.

- [3] 陶萍萍. 恒力作用下动量定理实验的误差分析及实验改进[J]. 物理教学,2016,38(3):26-28.
 [4] 陶锡泉. 用 DISLab 进行动量定理实验的研究[J]. 物理教学探讨,2004,22(12):51-53.
 [5] 郑康. 验证动能定理的实验改进[J]. 中学物理教学参考,2016,45(10):93-94.
 [6] 梁瑾静,谢晓妹. 一种验证动量定理的新方法[J]. 实验教学与仪器,2018,35(11):32-33.
 [7] 黄亮. 自制动量定理演示实验装置[J]. 湖南中学物理,2018,33(7):62,65.
 [8] 郑雪梅,何星,毛杰键,等. 验证变力作用下动量定理和能量定理的新实验方案[J]. 上饶师范学院学报,2018,38(3):28-32.

Verification experiment of momentum theorem with Tracker software

DING Yi-min, WU Xing-xing, QIN Feng-ling

(School of Physics and Electronic Technology, Hubei University, Wuhan 430062, China)

Abstract: By using tracker, an experimental method was proposed to verify the impulse-momentum theorem by spring, which converted the impulse, which was difficult to be measured by ordinary instruments, into the measurement of time, and then used the powerful tracking function of tracker to read out the moving time of the object and the corresponding speed.

Key words: Tracker; variable force; momentum theorem; impulse

[责任编辑:尹冬梅]