

文章编号:1005-4642(2020)06-0053-04

## 基于 Unity3D 的光栅自成像虚拟仿真实验

徐芊歆<sup>a</sup>, 唐芳<sup>b</sup>

(北京航空航天大学 a. 可靠性与系统工程学院; b. 物理学院, 北京 100191)

**摘要:**光栅的自成像研究需要对实验仪器进行精准的控制和调整,光栅常量过大或过小都不方便进行实验. 而虚拟仿真实验能够弥补实际测量条件不易满足、仪器精度不够高而出现的问题,同时也能够准确体验操作过程,获得更为理想的实验效果. 基于 Unity3D 搭建虚拟仿真实验平台,由菲涅耳衍射理论计算得到光栅后光场分布,通过可视化模型展示实验现象以便学生定量研究自成像效应.

**关键词:**虚拟仿真;光栅自成像;Unity3D;菲涅耳衍射  
**中图分类号:**O4-39;O436.1 **文献标识码:**A

DOI:10.19655/j.cnki.1005-4642.2020.06.010

虚拟仿真实验教学综合应用虚拟现实、多媒体、人机交互、数据库以及网络通讯等技术,通过构建逼真的实验操作环境和实验对象,使学生在开放、自主、交互的虚拟环境中开展高效、安全且经济的实验,进而达到真实实验不具备或难以实现的效果. 虚拟仿真实验教学是实验教学示范中心建设的重要内容,既为实验室建设注入了新的活力,也为推进实验教学改革与创新增添了新的动力<sup>[1-2]</sup>.

光栅自成像现象在光学精密测量、光信息存储等领域得到广泛应用,具体如光路调整、光信息处理、透镜焦距的测量、相位物体的折射率梯度测量、物体表面轮廓推算等. 基于光栅自成像效应的阵列照明器也已经在光通信、光计算等领域得到了广泛的应用<sup>[3-4]</sup>. 而光栅自成像现象的研究需要对实验仪器进行精准地控制和调整,光栅常量过大或过小都不利于进行实验. 而虚拟仿真实验可以提供理想的实验条件、灵活改变移测显微镜的放大倍数,同时又能够让学生体验操作过程. 利用 Unity3D 能够搭建虚拟仿真实验平台的功能,最大程度还原真实实验场景. 由光的菲涅耳衍射理论,计算光波入射到光栅后的光场分布,展现自成像现象,并可利用鼠标和键盘调整光路、控制仪器,从而进行测量读数. 借助虚拟仿真软件,

可以使实验内容更加丰富,获得更佳实验效果.

### 1 光栅自成像的基本原理

由于光栅的衍射效应,投射在光栅上的 1 束照明光经过光栅后可以分解成若干束与照明光相似、但沿着不同方向传播的光波. 在远离光栅的接收平面,经光栅分解后的光束彼此分离,这就是夫琅禾费衍射;而在靠近光栅的区域,所有衍射光彼此叠加,形成光栅的菲涅耳衍射光场,这时的光场可以看成是光栅所有衍射光场的相干叠加,具有自成像效应<sup>[5-6]</sup>.

在菲涅耳衍射效应显著条件下,对于中心在  $(x_0, y_0, 0)$  的单位振幅球面波,观察点  $(x, y, z)$  处的光场可以简化为:

$$\exp(ikr) = \exp\left[ik\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z^2}\right] \approx \exp\left\{ik\left[z + \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z}\right]\right\},$$

其中  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , 此式称为菲涅耳近似,定向计算菲涅耳衍射时常用到. 式中  $z$  为正,表示发散球面波;  $z$  为负,表示会聚球面波;  $z$  趋于无穷,则为平面波.

球面波照明下光栅自成像的光路如图 1 所示,在菲涅耳近似下,从坐标原点 O 投射到光栅

收稿日期:2020-02-09

作者简介:徐芊歆(1999-),女,广东深圳人,北京航空航天大学可靠性与系统工程学院 2017 级本科生.

通讯作者:唐芳(1972-),女,江苏常州人,北京航空航天大学物理学院高级实验师,硕士,从事非线性物理研究及物理实验教学. E-mail: tangfang@buaa.edu.cn



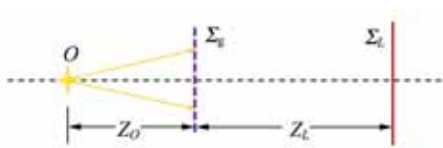


图1 球面波照明下的光栅自成像光路

前表面的球面波光场可以表示为

$$O(x_g, y_g) = A_0 \exp ik \left[ z_0 + \frac{x_g^2 + y_g^2}{2z_0} \right], \quad (1)$$

其中  $A_0$  为常量. 一维光栅的透过率函数又可以表示成傅里叶级数, 如:

$$t(x) = \sum_n c_n \exp \left[ i2\pi \frac{n}{d} x \right], \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

则光栅后表面的光场为

$$U_g(x_g, y_g) = O(x_g, y_g) t(x) = A_0 \exp ik \left[ z_0 + \frac{x_g^2 + y_g^2}{2z_0} \right] \sum_n c_n \exp \left[ i2\pi \frac{n}{d} x_g \right]. \quad (3)$$

经过适当的整理后得到:

$$U_g(x_g, y_g) = \sum_n c_n \exp \left[ -ik \frac{z_0}{2} \left( \frac{n\lambda}{d} \right)^2 \right] O_n(x_g, y_g), \quad (4)$$

其中

$$O_n(x_g, y_g) = A_0 \exp \left\{ ik \left[ z_0 + \frac{\left( x_g + \frac{n\lambda z_0}{d} \right)^2 + y_g^2}{2z_0} \right] \right\}$$

表示源点在  $\left[ -\frac{n\lambda z_0}{d}, 0, 0 \right]$  处、从光栅后表面出射的球面波. 从式(4)可以看出, 经过光栅衍射的光场可以看作多个不同衍射级球面波的叠加. 该球面波传播到观察平面  $\sum L$  上时, 变为

$$O_n(x_L, y_L) = A_0' \exp \left\{ ik \left[ (z_0 + z_L) + \frac{\left( x_L + \frac{n\lambda z_0}{d} \right)^2 + y_L^2}{2(z_0 + z_L)} \right] \right\}, \quad (5)$$

式中  $A_0'$  是常量. 将式(5)代入式(3)并经过适当整理后仿照式(4)得到观察平面上所有衍射光束叠加而成的总光场为

$$U_L(x_L, y_L) = A_0' \exp(i\varphi) \sum_n \left\{ c_n \exp \left[ i2\pi \left( \frac{n}{d_L} \right) x_L \right] \cdot \exp \left[ -i\pi n^2 \left( \frac{\lambda}{d^2} \right) z \right] \right\}, \quad (6)$$

其中,  $z = \frac{z_0 z_L}{z_0 + z_L}$ ,  $d_L = \left( 1 + \frac{z_L}{z_0} \right) d$ , 相位因子  $\varphi =$

$$k \frac{2(z_0 + z_L)^2 + (x_L^2 + y_L^2)}{2(z_0 + z_L)}.$$

当  $z = 2m \left( \frac{d^2}{\lambda} \right)$  时,  $m$  为整数,

$$U_L(x_L, y_L) = A_0' \exp(i\varphi) \sum_n c_n \exp \left[ i2\pi \left( \frac{n}{d_L} \right) x_L \right]. \quad (7)$$

当  $z = (2m + 1) \left( \frac{d^2}{\lambda} \right)$  时,  $\exp \left[ -i\pi n^2 \left( \frac{\lambda}{d^2} \right) z \right] = \exp \left[ -i\pi n^2 (2m + 1) \right] = \exp(-i\pi n^2) = \exp(-i\pi n)$ , 则有:

$$U_L(x_L, y_L) = A_0' \exp(i\varphi) \sum_n c_n \exp \left[ i2\pi \left( \frac{n}{d_L} \right) \left( x_L - \frac{d_L}{2} \right) \right]. \quad (8)$$

将式(7)和式(8)与式(3)比较, 可以发现:

1) 当观察平面  $\sum L$  处在某些特定的位置, 其上的光场是原光栅放大的像;

2) 相邻特定位置的 2 个光栅像有半个光栅常量的横向相对平移.

综合式(1)和式(2), 仿照薄透镜成像公式, 光栅自成像公式可以写成<sup>[6]</sup>:

$$\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_L} = \frac{1}{f_m}, \quad f_m = m \left( \frac{d^2}{\lambda} \right), \quad (9)$$

$$d_L = \left[ 1 + \frac{z_L}{z_0} \right] d. \quad (10)$$

这样光栅似乎能够将自身的结构在一系列的特定位置上相继成像, 这种现象称为光栅的自成像, 也叫 Talbot 效应. 对于发散球面波, 得到放大的像; 对于会聚球面波得到缩小的像; 平面波照明时,  $z_0 = \infty$ , 像光栅与物光栅等大, 且像间隔相等为  $\frac{d^2}{\lambda}$ . 平面波照射光栅时其成像如图 2 所示.

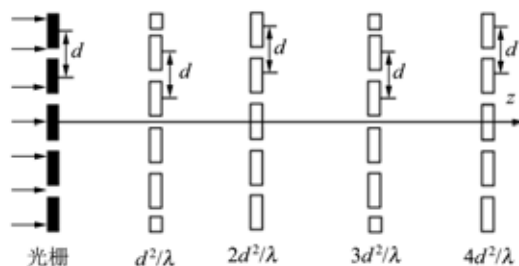


图2 平面光波照射光栅成像

## 2 虚拟仿真实验

利用 3DSMAX 软件搭建实验环境, 对实验

器材建模,最大程度地还原实验室器材,得到更好的虚拟仿真效果。

通过 Unity3D 软件搭建实验平台,根据真实实验完善虚拟仿真实验流程,通过编程建立实验逻辑关系并最终确定实验流程,从而有效地还原物理实验中的操作过程和实验现象。

利用虚拟光学元件在平台中的位置信息,能够准确得到各个光学元件之间的距离。由理论分析可得到光场的分布函数,对分布函数进行处理,利用着色器将得到的光场(即实验现象)可视化,便于测量实验数据。

通过 Unity 可以将执行文件导出,不需借助其他外加软件即可独立运行。

### 3 仿真实验流程

以平行光照明光栅自成像实验为例,进行一次完整的虚拟仿真实验。实验主界面可以选择激光波长,在这里选择红光(650 nm)。

首先进行光路调节,如图3所示。利用键盘可以调节激光器的俯仰、转角使激光束与光学导轨平行。利用鼠标调节扩束镜上下、准直透镜在导轨上的位置,使通过它落在光屏上的光斑大小与光阑尺寸相同。

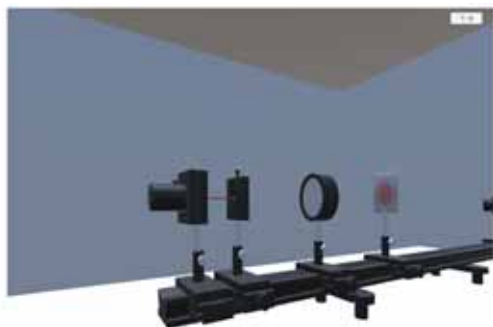


图3 调节扩束镜和准直透镜

调节完成后,点击“下一步”按钮可进入正式实验界面,如图4所示。



图4 实验测量界面

直接用鼠标拖动各个光学元件即可改变其位置,通过键盘还可以对测微目镜位置进行微调。为了能够将现象变化与元件位置改变的关系直接展示,将测微目镜中所成的像放在了界面中间。

与图5所示的真实实验中拍下的自成像比较可知,仿真实验结果拟合度较好,显示效果更佳,不会受外界光源的干扰。尤其当光栅表面有磨损,图5的可见度会更差。通过调整图4的2个滑动条,可以自主选择光栅常量以及测微目镜的放大倍数进行测量,而实验室中一般只适合观测光栅常量为  $20 \text{ mm}^{-1}$  的光栅自成像。



图5 真实实验中清晰的像

通过图4左上角的“位置”显示框可以直接读出光学元件之间的距离,同时也可利用“wasd”四键粗细调测微目镜纵叉丝的左右位置,由测微目镜测量自成像的光栅常量  $d_L$ 。

本软件除了提供平行光波的自成像研究外,去掉导轨上的准直透镜就可以研究球面波的自成像现象,在光栅和测微目镜间加入成像透镜又可以研究透镜成像系统中的光栅自成像。

### 4 实验结果与讨论

光源选择红光,波长 650 nm,光栅常量选择  $d=0.02 \text{ mm}$ 。对于平行光照明下的光栅自成像仿真实验,连续记录若干次光栅清晰成像时测微目镜与光栅的距离  $Z_L$ ,如图6所示,同时测量自成像时的像光栅常量  $d_L$ ,数据如表1所示。

对图6的数据由一元线性回归得到相关系数  $r=0.999\ 86$ ,  $\left. \frac{d^2}{\lambda} \right|_{\text{测量}} = 0.615\ 94 \text{ mm}$ , 而  $\left. \frac{d^2}{\lambda} \right|_{\text{理论}} = 0.615\ 38 \text{ mm}$ 。相对偏差 0.091%。

对表1的数据处理得  $d_{L\text{测量}} = (0.019\ 91 \pm 0.000\ 06) \text{ mm}$ , 因此平行光照明下的光栅自成像式(9)~(10)可以得到验证。类似的处理可以研究球面波的光栅自成像和透镜系统下的自成像,并可比较各自的成像规律。

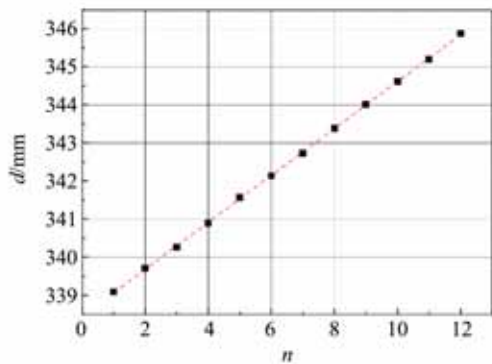


图 6 连续记录的光栅清晰成像时测微目镜到光栅的距离与次数的关系图

表 1 光栅像的光栅常量测量数据

$x_i$	$x_{i+5}$	$\Delta x$
0.028 7	0.128 5	0.099 8
0.049 3	0.148 5	0.099 2
0.069 1	0.168 8	0.099 7
0.088 6	0.188 1	0.099 5
0.108 7	0.208 2	0.099 5

## 5 结束语

利用 Unity3D 搭建虚拟仿真实验平台,最大程度还原实验场景. 由光的菲涅耳衍射理论,计算光波入射到光栅后的光场分布,将测微目镜中接收到的光强分布可视化. 实验中可利用鼠标和

键盘调整光路、控制仪器,从而进行测量读数. 借助虚拟仿真软件,可以使实验内容更加丰富,学生可以自主选做相应内容进行研究,加深对光栅自成像理论的理解. 在大学物理实验教学中辅助使用虚拟仿真实验,能够直观的体现教学内容,有助于学生理解与开发实验,在实验前应用虚拟仿真实验能够更好的达到预习实验的目的,也能解决实验室中光学实验局限性的问题. 同时,该虚拟仿真平台能够移植到其他光学实验中,具有极强的拓展能力.

## 参考文献:

- [1] 王卫国. 虚拟仿真实验教学中心建设思考与建议[J]. 实验室研究与探索, 2013, 32(12): 5-8.
- [2] 梁文耀, 刘基. 基于 Unity 的激光全息法制作微结构的虚拟仿真实验开发[J]. 物理实验, 2019, 39(3): 42-47.
- [3] 王伯雄, 叶茂. 傅里叶变换在莫尔测偏法中的应用[J]. 仪器仪表学报, 1999, 20(3): 313-315.
- [4] 曹国荣. 双光栅相对旋转的叠栅条纹及其应用[J]. 大学物理, 2001, 20(9): 18-21.
- [5] 曹国荣. Talbot 长度的测量[J]. 物理实验, 2003, 23(7): 3-5.
- [6] 吕斯骅, 段家祗, 张朝晖. 新编基础物理实验[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2013: 373-377.

## Virtual simulation experiment system of grating self-imaging based on Unity3D

XU Qian-xin<sup>a</sup>, TANG Fang<sup>b</sup>

(a. School of Reliability and Systems Engineering; b. School of Physics, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The research of grating self-imaging needs precise control and adjustment of experimental instruments. It's inconvenient to do the experiment if the grating constant was too large or too small. Virtual simulation experiment can solve these problems. At the same time, students can experience the operation process accurately and get more ideal experimental results. A virtual simulation experiment platform was designed based on unity3D. The light field distribution behind the grating could be calculated via Fresnel diffraction. And the experimental phenomenon was shown through visual model so that the students could make quantitative study on the self-imaging effect.

**Key words:** virtual simulation; grating self-imaging; Unity3D; Fresnel diffraction

[责任编辑:郭 伟]