

文章编号:1005-4642(2020)11-0014-04



## 居家实验:蛇摆的设计与制作

赵海发,朱瑞滨

(哈尔滨工业大学 物理实验中心,黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘 要:**“蛇摆的设计和制作”是哈尔滨工业大学居家实验必做的实验内容,蛇摆实验既包含有精妙的物理思想,又包括参量的设计选择,再到实验仪器的搭建以及精细的调节过程,是教学内容非常全面的实验.本文对蛇摆实验的设计和制作、实验操作与注意事项给出了详细的介绍.

**关键词:**蛇摆;居家实验;摆长;周期

**中图分类号:**O313.2

**文献标识码:**A

**DOI:**10.19655/j.cnki.1005-4642.2020.11.002

单摆是最简单的物理摆,1582年伽利略通过观察教堂中吊灯在微风下的摆动发现单摆具有等时性,1657年荷兰物理学家惠更斯根据单摆的等时性设计制造了计时仪器——摆钟,摆钟的发明提高了当时计时的精度.

1991年马里兰大学的Richard E. Berg描述了利用1组无耦合单摆阵列构建摆波(Pendulum waves)的演示实验<sup>[1]</sup>,实验展示出蛇摆会变幻出很多非常优美的阵型,给人惊奇的观感.2001年James A. Flaten等人在理论上对蛇摆的运动机理做了详尽的理论分析<sup>[2]</sup>.蛇摆的设计非常巧妙,蕴含很多物理原理和原理的巧妙应用<sup>[3]</sup>,通过巧妙的物理设计让相互无耦合的单摆之间加进时间关联,使得各单摆阵列在摆动过程中演化出一系列规律的阵型,而这些阵型是设计时已计算好的动作.蛇摆教学实验既包含精妙的物理思想,又包含参量的设计选择,再到实验仪器的搭建以及精细的调节过程,是一个教学内容非常丰富、全面的实验.

在今年疫情期间,哈尔滨工业大学开展了居家大学物理实验教学.将“蛇摆的设计和制作”列为必做的实验内容,为便于学生尽快入手,给学生提供了相关的参考资料和制作要点提示.教学实践表明学生非常喜欢这个设计性DIY居家实验.当学生经过自己努力和教师线上指导终

于圆满完成实验内容后,学生获得了成就感,在实验过程提高了分析能力和动手能力.

### 1 实验原理

#### 1.1 单摆和重力加速度

单摆是由1根不可伸长的轻质细线和悬挂在此细线下体积很小的重球所构成.在摆长远大于摆球直径,摆球质量远大于细线质量的条件下,将悬挂着的小球自平衡位置拉至一侧很小的距离,使摆角小于 $5^\circ$ ,然后释放,摆球即在平衡位置附近作周期性振动,其振动周期为

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (1)$$

其中, $g$ 为重力加速度, $L$ 为摆长(摆长为摆线固定端到摆球重心的长度).根据(1)式,可以得到重力加速度的测量公式为

$$g=4\pi^2\frac{L}{T^2}. \quad (2)$$

实验时,选取合适的摆长 $L$ ,并测量摆的周期 $T$ ,得到重力加速度 $g$ . $L$ 值是设计蛇摆时的关键参量.

#### 1.2 蛇摆的设计原理

蛇摆是由等间隔排列、振动频率等值变化、无耦合的多个单摆组成的单摆阵列,如果同时将其从最大摆幅处释放,随后会展现出一系列奇异的空间分布变化,展现出从行波、驻波、混沌再回到

收稿日期:2020-04-17;修改日期:2020-06-11

作者简介:赵海发(1962—),男,黑龙江友谊人,哈尔滨工业大学物理实验中心教授,硕士,主要从事物理实验教学研究和管理. E-mail:hfzhao@hit.edu.cn



有序的周期性变化.

### 1) 蛇摆的设计的关键参量

主要参量包括确定公周期  $\Gamma$  和最长摆振动次数  $N$ . 公周期  $\Gamma$  是指所有单摆在从同一最大摆角开始摆动后,又同时一起回到初始最大摆角所用的最小时间. 为了保证蛇摆中相邻单摆的频率差是常数,设计时可以让最长的单摆经  $\Gamma$  时间恰好振动  $N$  次,次长的单摆恰好振动  $N+1$  次,最短摆长的单摆振动  $N+n$  次,如图 1 所示,图中最长摆的位置  $x$  坐标为原点,其他摆分别间隔  $d$  均匀分布. 这样就可以确定相邻单摆的振动频率差同为  $\frac{1}{\Gamma}$ .

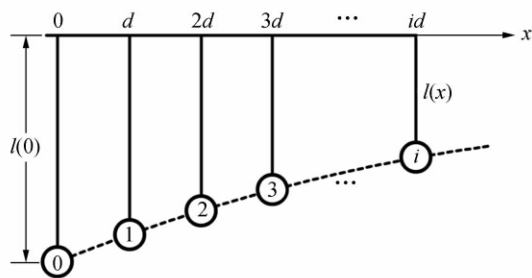


图 1 蛇摆的空间构型

根据上述分析,可以得到位于  $x=id$  位置处的第  $i$  个单摆的周期为

$$T_i = \frac{\Gamma}{N+i}, \quad (3)$$

由式(1),可得第  $i$  个单摆摆长公式为

$$L(i) = g \left[ \frac{\Gamma}{2\pi(N+i)} \right]^2, \quad (4)$$

或

$$L(x) = g \left[ \frac{\Gamma d}{2\pi(dN+x)} \right]^2, \quad (5)$$

可以看出不同位置处的单摆摆长不同.

### 2) 蛇摆的运动状态分析

让上述设计的各单摆同时( $t=0$ )从最大摆幅开始释放,由于它们的周期不同,它们的相对相位随着摆动而逐渐变化. 由于单摆的运动满足余弦函数,则位于  $x$  处的单摆的横向摆动方程为

$$y(x,t) = A \cos \left( 2\pi \frac{Nd+x}{\Gamma d} t \right), \quad (6)$$

上式可以整理表达成

$$y(x,t) = A \cos \left( \frac{2\pi t}{\Gamma d} x + \frac{2\pi N}{\Gamma} t \right). \quad (7)$$

(7)式是蛇摆随时间变化的函数,其中波数  $k = \frac{2\pi}{\Gamma d}$ ,即蛇摆是波数随时间变化的波.

在随后的任一时刻,整个单摆阵列中相邻的 2 个单摆的相位差是固定的,但是此相位差数值会随时间逐渐增大. 这就会造成整个单摆阵列类似余弦函数的阵型出现. 假设  $n=14$ ,所有单摆初始摆幅相同(同为最大摆幅),分析可知在随后的几个特定振动时刻单摆阵列的图样会如图 2 所示. 例如,在时间  $t=\Gamma/2$ ,每个单摆正好处于与最邻近的单摆反相的状态,所以邻近单摆间的相位差为  $\pi$ . 整个单摆阵列分别排列成 2 行,阵线分明. 其他阵型也可同理分析得到.

实际上要求相邻单摆之间的振动频率差是相同值,其物理实质就是在非耦合的单摆之间加入时间关联,使得相邻单摆之间的相位差  $\Delta\varphi$  随时间线性变化,关系式为  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\Gamma}t$ ,初始时  $t=0$  各单摆同相位;当  $t = \frac{\Gamma}{3}$  时,  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3}$ ,这时可判断摆球会成 3 条直线分布;当  $t = \frac{\Gamma}{2}$ ,  $\Delta\varphi = \pi$ ,摆球成 2 条线分布状态;当  $t = \frac{2\Gamma}{3}$  时,  $\Delta\varphi = \frac{4\pi}{3}$ ,这时又成摆球成 3 条直线分布状态;当  $t = \Gamma$  时,  $\Delta\varphi = 2\pi$ ,摆球回到初始最大摆角状态.

### 3) 蛇摆参量设计

根据图 1 分析,蛇摆中各单摆(随  $x$  增大)的振动频率按规律逐渐递增,摆长逐渐减小. 设计蛇摆时,主要要考虑以下因素:

a. 摆球个数,也就是  $n$  的选取,摆球越多当然视觉效果越佳,但是制作和调节难度也增大;摆球少,调节容易但相应的表现效果差. 10~15 个摆球比较合适,这样可以保证成三排时,每排有 3 个或以上的摆球.

b. 相邻单摆的频率差(这里等于公周期的倒数)不要取太大,一般以 0.04 左右为佳,这样可以比较细腻地表现蛇摆的阵型演化. 如果频率差过大蛇摆的阵型变化会非常快,不容易观察到阵型的演变;如果频率差过小,相应的公周期过长摆幅会随时间衰减影响效果. 另外也需要更多个数的摆才能比较完整地表现蛇摆的整体运动,同时也会使实验调节困难,所以对应的公周期以 25~60 s 之间为宜.

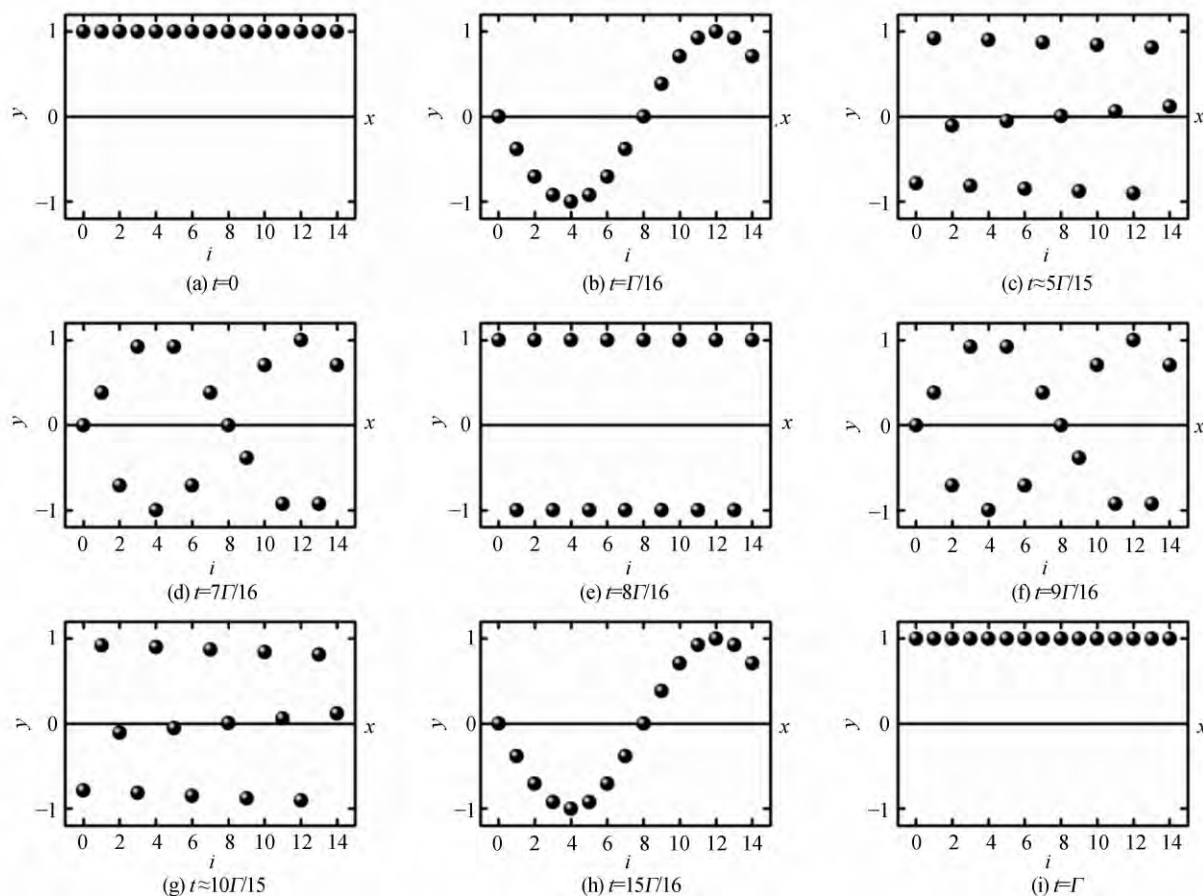


图 2 蛇摆在振动的不同时刻摆球的分布形态

c.  $N$  的取值,  $N$  越小单摆的周期越大、摆长越长, 实验调节越容易, 但是摆长太长, 整个蛇摆占的空间也大, 一般以每个单摆的周期在 1 s 左右变化为宜, 这时对应的 15 个单摆的摆长在 20 ~ 40 cm 之间, 实验时摆长调节在 mm 精度就可以达到较好的效果。

d. 蛇摆设计时重力加速度要取本地加速度的标准值, 具体可以通过网络查找。

根据以上综合分析, 推荐选取蛇摆的参量为  $N=50$ ,  $n=14$ ,  $\Gamma=60$  s, 学生也可以根据居家条件自己选择合适的参量。据此根据蛇摆的设计规律和单摆周期公式(1)可以得到 15 个单摆的周期  $T_i$  和摆长  $L_i$  具体参量。

#### 4) 蛇摆的搭建

首先要找到合适的直杆, 长度不小于 60 cm。在居家的条件下摆球可选择玻璃球、大螺帽等重些的物体, 在选择摆球物体时主要考虑形状简单、对称, 容易确定重心, 易于计算摆长。摆线可选大

力马鱼线(这种线无弹性、无记忆, 强度也很高), 其他线可能衰减会大。

制作蛇摆时, 各单摆摆动时一定不能左右晃动, 只能前后摆动, 为此可以采用 V 型连线连接摆球; 在摆线和杆固定方式, 要便于摆长调节, 不可直接固定死。建议居家实验时采取先用胶带把摆线粘接在杆上, 实验过程中如某个摆摆动规律异常, 可以很容易地细调这个单摆的摆长。

## 2 实验内容

实验的实验内容包括: 利用单摆原理测量学生居家当地的重力加速度大小, 设计和制作蛇摆。这 2 项内容联系紧密, 可以很好地融合。

### 2.1 测量重力加速度 $g$

利用单摆测量本地重力加速度, 实验时要设法测得比较准确的单摆周期和摆长。周期测量可利用 PHYPHOX 软件的磁力计、加速度测量和计时秒表功能。实验中摆长要适当 ( $>50$  cm), 另

外要通过测量多次摆动的时间来获得振动周期  $T$ 。居家实验实验结果精度要求在 2% 内。

### 2.2 蛇摆中各单摆摆长的确定

设计蛇摆时要利用当地的重力加速度标准值,网上可以查到哈尔滨地区的重力加速度大小为  $g=9.8066 \text{ m}^2/\text{s}$ 。蛇摆参量可选  $N=50, n=14, T=60 \text{ s}$ 。然后计算得到蛇摆的各个单摆的周期和对应的摆长。

### 2.3 蛇摆的组装和细调

按照各单摆摆长的计算值来组装蛇摆,组装时需要注意单摆摆长越小时安装调节摆长时越要精细,组装好后先观察蛇摆的初始摆动效果,进而反复地细调。调试时要注意观察这几个重要时间节点时蛇摆的状态:  $1/3$  公周期时,摆球应为 3 排排列;  $1/2$  公周期时,摆球应为 2 排排列;  $2/3$  公周期时,摆球又为 3 排排列; 1 个公周期时,摆球应为 1 排排列。实验时可以用手机录像记录和分析这几个时间节点,如某个单摆不符合预期须仔细调节此单摆摆长,使其达到预期效果,然后录制 1 个公周期时间的蛇摆运动,作为实验报告的附件提交。

## 3 居家实验教学的效果和体会

单摆和蛇摆的设计与制作实验原理简单,通过分析既可容易掌握。重点和难点在于实验搭建

和耐心调节的过程。因为此实验趣味性和实践性比较强,虽然调节有一定难度,但还是受到了学生的欢迎。有很多学生做出了非常漂亮的蛇摆(图 3)。居家实验教学也遇到难点问题,比如有的学生动手能力比较差,遇到问题有畏难情绪,家中可用材料不足,要自己考虑解决,学生不习惯这样的实验,遇到这些问题教师需要通过正确引导、耐心的讨论和指导和适当的鼓励帮助学生解决问题。



图 3 学生制作的蛇摆

### 参考文献:

- [1] Berg R E. Pendulum waves: A demonstration of wave motion using pendula [J]. American Journal of Physics, 1991, 59(2): 186-187.
- [2] Flaten J A, Parendo K A. Pendulum waves: A lesson in aliasing [J]. American Journal of Physics, 2001, 69(7): 778-782.
- [3] 薄春伟,孔祥明,贾肖婵,等. 蛇摆的研究与制作 [J]. 物理实验, 2012, 32(4): 27-32.

## Home-based experiment: design and making of snake pendulum

ZHAO Hai-fa, ZHU Rui-bin

(College of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The design and making of snake pendulum, as a required home-based experiment, containing not only a good physical idea, but also the design and selection of parameters, the setup of experimental instruments and the fine adjustment process, was a very comprehensive experiment. This article introduced in detail the design and making, experimental operation and matters needing attention.

**Key words:** pendulum waves; home-based experiment; pendulum length; period

[责任编辑:郭伟]