

文章编号: 1005-4642(2020)12-0039-05

学  
生  
园  
地



## 利用光强判别法改进超声光栅测量水中声速实验

董玮涔<sup>†</sup>, 何旭东<sup>†</sup>

(北京师范大学 物理学系, 北京 100875)

**摘 要:**介绍了超声光栅形成原理及如何利用该原理测量液体中的超声速度. 采用光强判别法测量了非 0 级条纹光强极大时的超声频率, 并利用 Matlab 拟合计算出水中超声速度为 1 460 m/s, 较传统的分光计测角法更精确.

**关键词:**超声光栅; 声速; 光强判别法; LabVIEW

**中图分类号:** O422.1; O436.1

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.19655/j.cnki.1005-4642.2020.12.007

超声波是频率高于 20 kHz 的机械波, 它在液体中传播时会造成液体的密度分布不均匀(呈周期性变化). 当光通过时会产生类似于通过透射光栅的衍射现象. 故将超声导致的液体中的“光栅”称作“超声光栅”.

利用超声光栅测量声速, 可对液体的一些性质进行研究, 如, 探究声速与溶液浓度、声速与溶液温度的关系<sup>[1]</sup>, 液体体积弹性模量与浓度的关系<sup>[2]</sup>, 等等. 因此, 利用超声光栅高精度地测量声速就显得尤为重要, 文献<sup>[3-4]</sup>探寻超声腔的结构以减少损耗, 拓展测量液体范围, 提高精度. 本文设计了利用分光计实现高精度测量液体声速的方法.

### 1 实验原理

#### 1.1 驻波的形成

假设超声纵波在液体中声强衰减为

$$I_f = Ie^{-ld}, \quad (1)$$

$$A = \frac{\cosh c \sinh c + \sqrt{\cos^2(2\pi\alpha) \sin^2(2\pi\alpha) + (\sinh^2 c + \cosh^2 c)^2}}{\sin^2(2\pi\alpha) \cosh^2 c + \cos^2(2\pi\alpha) \sinh^2 c}, \quad (6)$$

其中  $c = \frac{ld + \ln\sqrt{\mu}}{2} \approx 0.09$ .

#### 1.2 光栅衍射

式(5)示意图如图 1(a) 所示,  $y_f$  大于 0 的

其中  $d$  为声波传播距离,  $l$  为与液体有关的衰减系数, 在  $d$  较小时(在实验中, 水槽长度  $D = 30.00$  mm), 可以认为  $e^{-ld} \approx 1$ , 所以大致认为在传播过程中, 波的振幅没有发生改变, 只在反射瞬间有振幅的衰减, 振幅乘以  $e^{-ld}$ . 再考虑在声波反射面上的声强衰减, 其反射系数为

$$\mu = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2}, \quad (2)$$

其中,  $Z_1$  和  $Z_2$  分别为 2 种介质的声阻抗, 即将上述的  $ld$  替换为  $lD + \ln\sqrt{\mu}$ .

设压电陶瓷发出的初始波为

$$y = A_0 \cos(\omega t - kx), \quad (3)$$

设水槽长度为

$$D = (N + a)\Lambda, \quad a \in [0, 1), N \in \mathbb{Z}^+. \quad (4)$$

其中,  $\Lambda$  为超声波在水中的波长. 考虑无穷多次的反射波的叠加, 以及半波损失, 计算结果为

$$y_f = A_0 A \sin(kx) \cos(\omega t - b), \quad (5)$$

当  $ld$  一定时,  $b$  是常数, 则

部分, 液体沿正方向移动;  $y_f$  小于 0 的部分, 液体沿负方向移动.  $B, D, F$  处水的密度最大,  $C, E$  处水的密度最小. 水密度周期即  $y_f$  的周期.

本实验中, 由式(4)可推知水密度周期为  $\Lambda$ ,

收稿日期: 2020-05-07; 修改日期: 2020-08-28

作者简介: 董玮涔(1999-), 女, 重庆永川人, 北京师范大学物理学系 2017 级本科生. E-mail: 201711140208@mail.bnu.edu.cn  
何旭东(1999-), 男, 重庆忠县人, 北京师范大学物理学系 2017 级本科生. E-mail: 201711140109@mail.bnu.edu.cn

<sup>†</sup>: 并列第一作者, 对本文贡献相同



即超声波在水中的波长。

超声驻波场引起的介质折射率分布可以写成

$$n(x) = n_0 + \Delta n \cos(kx), \quad (7)$$

其中  $\Delta n = \frac{n_0^3 P S_0}{2}$ ,  $P$  为液体的弹光系数,  $S_0$  为超声场引起介质的弹性应变幅值,  $n_0$  为无超声场作用时的液体折射率<sup>[5]</sup>, 其示意图如图 1(b) 所示。

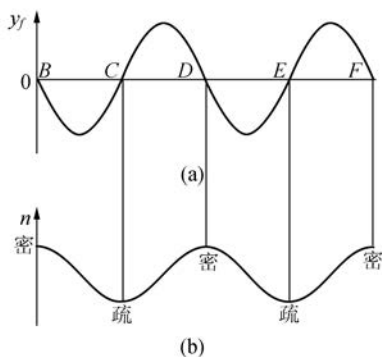


图 1 超声光栅衍射原理示意图

在光束近似垂直入射情况下, 液体超声光栅实验中的声光相互作用为典型的 Naman-Nath 衍射<sup>[5]</sup>. 光栅方程为<sup>[6]</sup>

$$d \sin \theta = j\lambda, \quad (8)$$

其中, 光栅常量  $d = \Lambda$ ,  $j$  为条纹级数,  $\lambda$  为光波长。

测量衍射光对应的衍射角  $\theta$  即可求出超声波波长, 据此求出声速。

## 2 传统分光计测角法

实验装置示意图如图 2 所示. 使用信号发生器控制超声水槽中的压电陶瓷调节超声频率, 让平行光束垂直超声波传播方向通过水槽, 用分光计进行观察与测量. 若超声形成驻波, 则可观察到清晰的衍射条纹。



图 2 分光计测角法实验装置示意图

将式 (8) 左右两端都乘以  $\frac{\nu}{\lambda}$ , 得

$$j\nu = V \frac{\sin \theta}{\lambda},$$

其中  $V = \Lambda\nu$ , 即水中的声速,  $\nu$  是超声波的频率. 实验中, 为了提高精度, 测量零级条纹左右 2 条同级条纹. 鉴于分光计有左右 2 个游标, 将 2 条纹的左游标读数相减除以 2 即为该衍射级次的衍射角, 右游标同理. 原始数据如表 1 所示. 另外, 实验用钠光灯, 钠光波长  $\lambda = 589.3 \text{ nm}$ , 代入公式进行计算。

表 1 分光计测角法原始数据

$\nu/\text{MHz}$	$n$	$\theta/(')$			
		左边条纹		右边条纹	
		左游标	右游标	左游标	右游标
1.500 0	2	35	29	25	19
1.820 0	3	37	30	22	18
2.020 0	2	35	31	25	21
2.260 0	2	37	33	25	21
2.500 0	2	35	32	24	19
2.830 0	2	37	32	24	18
3.095 0	2	37	33	20	13
3.500 0	2	40	33	22	17
3.984 0	2	40	36	17	11
4.520 0	2	44	38	18	13
5.070 0	1	37	32	25	20

使用 Matlab 线性拟合, 如图 3 所示, 得其斜率即为超声波水中速度

$$V = 1\,492(1\,386, 1\,597) \text{ m/s},$$

式中括号内数据为 Matlab 给出的置信区间。

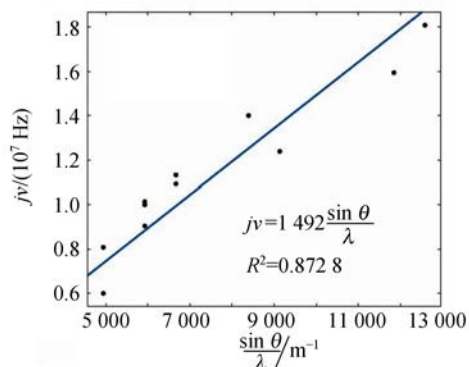


图 3  $j\nu - \frac{\sin \theta}{\lambda}$  的关系

分别计算出不同频率的超声波对应测量出的声速, 最后得出声速极值分别为

$$V_{\max} = 1\,711.9 \text{ m/s}, \quad V_{\min} = 1\,215.5 \text{ m/s}.$$

两者相差较大, 且斜率置信区间较大, 因此试图寻求新的测量方法来得到声速。

### 3 传统实验的改进

#### 3.1 光强判别法

超声光栅的衍射条纹的强度由贝塞尔函数  $J_m^2(\nu)$  的值决定,其中  $\nu = \frac{2\pi\Delta nL}{\lambda}$ ,  $\Delta n = \frac{n_0^3 P S_0}{2}$ ,  $L$  为声光相互作用的长度<sup>[5]</sup>.  $J_m^2(\nu)$  的数值计算曲线<sup>[5]</sup>,如图 4 所示.

由于未知压电陶瓷的参量,只能从实验现象来推知  $\nu$  的范围,因为在频率  $\nu$  的变化中,中央主极大条纹的亮度一直都比 1 级衍射条纹的亮度大,从图 4 可以推知:实验过程中除了 0 级条纹的光强在下降之外,其他部分的光强都在该区间上单调上升,如果除去 0 级条纹,其他所有光强和为极大,则  $\nu$  极大. 由  $\nu = \frac{\pi n_0^3 P S_0 L}{\lambda}$  知,当  $\nu$  取极大值,即  $S_0$  达到极大值.  $S_0$  为介质的弹性形变,  $S_0$  达到极大值意味着此时驻波的振幅达到极大值.

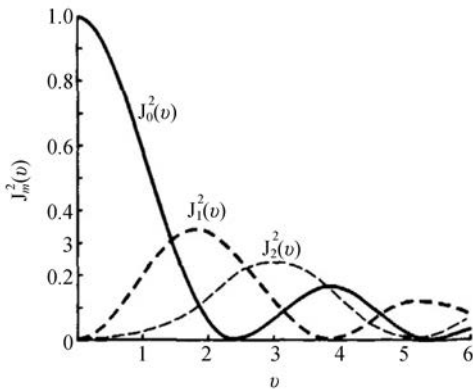


图 4  $J_m^2(\nu)$  的计算曲线<sup>[5]</sup>

根据式(6),用 Matlab 绘图可得  $A$  与  $a$  的关系见图 5. 分析得  $a$  为 0 和 1/2 时,即  $p\Lambda = 2D$  ( $p \in Z^+$ ) 时,光强最大.

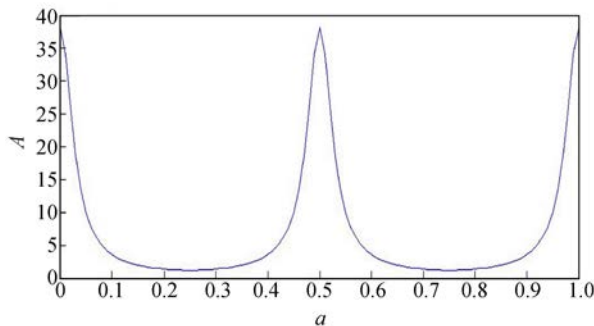


图 5  $A$  与  $a$  的关系

根据实验,在  $\nu \in (1.5 \text{ MHz}, 3 \text{ MHz})$  时,衍射现象明显(这很可能是由于压电陶瓷共振频率在这范围内),所以选择在该区域观察其光强变化. 因为  $\Lambda = \frac{V}{\nu}$ , 继而得出  $V = \nu\Lambda = 2D \frac{\nu}{p}$ . 实验用水槽长度为 30.00 mm,室温 22.1 °C.

原始数据见表 2,在测量非 0 级条纹光强极大时的超声频率时,无法准确地找到非 0 级条纹光强极大时的超声频率,因为光强在极大附近肉眼分辨不出光强变化,于是记录“极大区间”的“左右端点”,即为  $\nu_1$  和  $\nu_2$ ,再做平均  $\bar{\nu}$  即为非 0 级条纹光强极大时的超声频率.

表 2 光强判别法原始数据

$\Delta p$	$\nu_1/\text{MHz}$	$\nu_2/\text{MHz}$	$\bar{\nu}/\text{MHz}$
1	1.520 3	1.520 6	1.520 5
2	1.544 8	1.545 2	1.545 0
3	1.569 3	1.569 5	1.569 4
4	1.593 5	1.593 9	1.593 7
5	1.618 3	1.618 5	1.618 4
6	1.642 4	1.642 8	1.642 6
7	1.666 6	1.667 0	1.666 8
8	1.690 8	1.691 2	1.691 0

使用 Matlab 线性拟合,如图 6 所示,得其斜率即为超声波在水中的速度.

$$V = 1\,462(1\,458, 1\,466) \text{ m/s},$$

对比分光计测角法的结果,可知光强判别法更加精准.

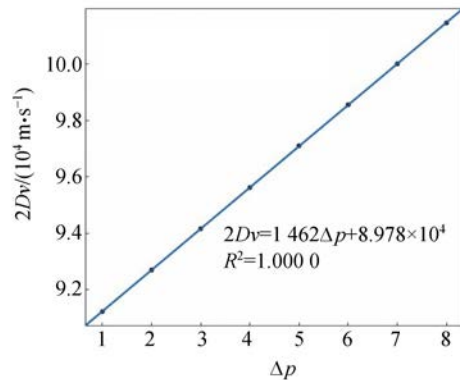


图 6  $2D\nu - \Delta p$  的关系

注意:图 6 中  $p$  的定义见式(4),具体实验中无法得知  $p$  的具体数值. 但由于只需求斜率,只需关注  $p$  的相对变化  $\Delta p$ ,此处令增大超声频率

时记录的第 1 个光强极大处  $\Delta p$  为 1, 下文同理.

### 3.2 改进光强判别法

由于肉眼观察不够精准, 改进了光强判别法(图 7), 使用摄像头实时记录衍射图像, 并编写 LabVIEW 程序(图 8)来采集数据, LabVIEW 运行时截图见图 9, 其中: 摄像头实时记录衍射图像; 用 LabVIEW 来读出光强, 控制等时等步长扫描分析条纹光强; 去掉 0 级条纹数据, 将其他级衍射条纹光强相加, 做其与频率的曲线.

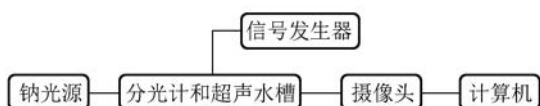


图 7 改进光强判别法实验装置示意图

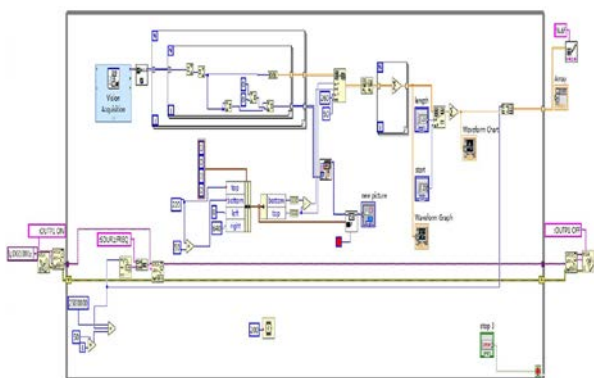


图 8 LabVIEW 程序框图



图 9 LabVIEW 运行时截图

导出数据做图 10, 由于光强最大处并不足够光滑, 采用的处理方法为: 选择图 10 中的一段对于每个峰求得光强为  $10^4$  时对应的 2 个频率, 取其平均值得到光强最大所对应的频率. 原始数据见表 3. 处理后做图 11, 使用 Matlab 线性拟合得

其斜率即为超声波水中速度

$$V=1\,460(1\,459, 1\,462) \text{ m/s}, R^2=1.0000.$$

可以看出改进之后置信区间更小, 更精确.

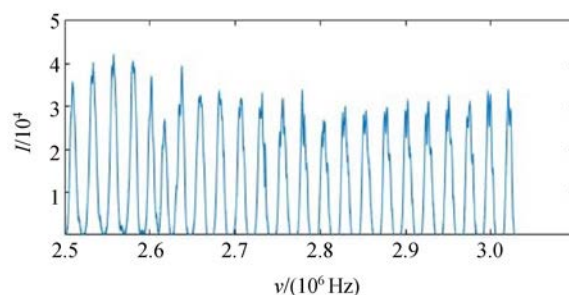


图 10 频率与光强的关系

表 3 改进光强判别法原始数据

$\Delta p$	$\nu_1/\text{MHz}$	$\nu_2/\text{MHz}$	$\bar{\nu}/\text{MHz}$
1	2.677 8	2.687 9	2.682 9
2	2.702 0	2.712 2	2.707 1
3	2.726 1	2.736 5	2.731 3
4	2.750 7	2.760 8	2.755 8
5	2.775 2	2.784 8	2.780 0
6	2.799 2	2.809 1	2.804 2
7	2.823 4	2.833 7	2.828 6
8	2.847 8	2.858 2	2.853 0
9	2.872 3	2.882 7	2.877 5
10	2.896 7	2.907 0	2.901 9
11	2.920 9	2.931 5	2.926 2
12	2.945 5	2.955 2	2.950 4

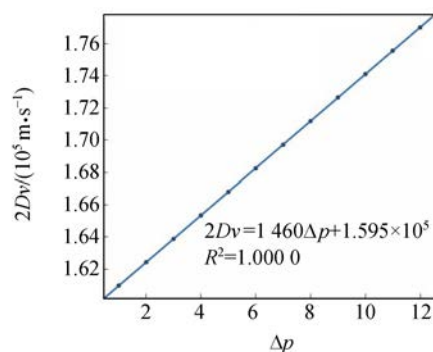


图 11 改进后  $2Dv-\Delta p$  的关系

## 4 结束语

在分光计测角度时, 超声频率较小时衍射光强较大但是衍射角较小, 但超声频率过高时衍射光强较小不便读数. 光强判别法避免了这一问题, 在频率较低时也能非常准确地测量到光强随

频率的连续变化,可以精确地得出超声在水中的声速。并且采用计算机处理数据,减少了误差。

致谢:感谢北京师范大学物理学系的白在桥副教授、李晓文副教授对本实验提供的帮助。

### 参考文献:

- [1] 肖安琪,刘烈. 超声光栅研究声速与溶液浓度及温度的关系 [J]. 实验室研究与探索,2012,31(3):44-46,67.
- [2] 曾育锋,涂辉. 超声光栅测量液体体积弹性模量实验

- 研究[J]. 实验技术与管理,2012,29(4):53-54,67.
- [3] 薄春卫. 超声光栅测液体中声速实验的改进[J]. 实验室研究与探索,2012,31(5):61-62,69.
- [4] 叶文江,李儒颂,邢红玉,等. 超声光栅测量液体中声速的改进[J]. 实验室研究与探索,2015,34(11):26-29.
- [5] 李武军,王晓颖. 声光 Naman-Nath 衍射特性的研究 [J]. 大学物理,2009,28(9):25-27.
- [6] 张成义. 超声光栅测声速实验的量化分析 [J]. 大学物理实验,2006,19(1):17-19.

## Improvement of measuring sound velocity in water using ultrasonic grating by light intensity measuring method

DONG Wei-cen, HE Xu-dong

(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

**Abstract:** The principle of ultrasonic grating and how to measure the ultrasonic velocity in liquid with this principle were introduced. Using the light intensity measuring method, the ultrasonic frequency was measured when the light intensity of non-zero fringe was maximum. The ultrasonic velocity in water was calculated to be 1 460 m/s by LabVIEW, and was more accurate than the traditional angle-measurement method with spectrometer.

**Key words:** ultrasonic grating; sound speed; light intensity measuring method; LabVIEW

[责任编辑:郭 伟]

(上接 27 页)

## Similarity in principle of *RLC* and physical resonance

LI Chao-rui<sup>a,b</sup>

(a. School of Physics; b. National Demonstration Center for Experimental Physics Education, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

**Abstract:** The second-order differential equation of *RLC* circuit has similar physics sense to the dynamic equation of forced vibration. The dynamic equation for vibration can be used to describe the physical principle of nuclear magnetic resonance (NMR), while the differential equation for *RLC* is the technology principle of NMR measurement. It could be seen that *RLC* resonance, mechanical vibration and NMR were obviously similar in theory, and *RLC* resonance experiment analysis was especially important for understanding their physical principles. By means of the damping effect of loop resistance *R*, the characteristics of *RLC* resonance in frequency-domains and time-domains, and their physical principles were analyzed. The relationship between the full width at half maximum in frequency-domain and the relaxation time in time-domain with the change of damping provided a deep understanding on MRI.

**Key words:** forced vibration; nuclear magnetic resonance; relaxation time; frequency characteristic

[责任编辑:任德香]