

文章编号:1005-4642(2021)01-0050-05

粮仓效应的底部与侧壁压力的实验验证

韩志强,沈仲驰,唐明君

(四川师范大学 物理与电子工程学院,四川 成都 610101)

摘要:为了探究颗粒物质的粮仓效应和验证 Janssen 模型的正确性,设计制作了侧壁可整体上下移动的实验装置,该装置不仅可以测量粮仓底部正压力,还能够测量任意深度的侧壁压力. 理论推导出了方柱体底部正压力随颗粒堆积高度的变化规律,以及侧壁压力随深度的变化关系,并进行了数值模拟. 结果表明:实验测量值和理论模拟值符合得较好,当粮仓中的颗粒物质到达一定深度时,仓体底部压力会趋于饱和,同时也验证了 Janssen 模型的正确性.

关键词:颗粒物质;粮仓效应;Janssen 模型

中图分类号:O312

文献标识码:A

DOI:10.19655/j.cnki.1005-4642.2021.01.009

颗粒物质是指直径大于 $1\ \mu\text{m}$ 的大量离散的固体颗粒相互作用而组成的复杂体系,是常见的物态形式,也是地球上存在最多且最为人们熟悉的物质类型之一. 由于颗粒物质体系处于静止堆积时,具有典型的非线性、自组织和能量耗散等特征,会产生诸如成拱、崩塌、粮仓效应等许多奇特的现象,这些现象的产生与日常生活生产息息相关. 比如,当粮食堆积高度约大于 2 倍底面直径后,粮仓底面所受的压强不随粮食的增加而增加,而是趋于饱和值,这就是粮仓效应. 粮仓效应由英国科学家 Isaac Roberts 在研究粮仓底面的压强时发现^[1],直到 1895 年,德国学者 Janssen 提出的连续介质模型巧妙地将颗粒物质空间应力求解的问题进行了简化,很好地解释了“粮仓系统”中底部压力随填充高度的增加而逐渐趋于饱和的现象^[2]. 直到如今,许多国家仍然采用 Janssen 的连续介质模型作为粮仓设计规范^[3-5]的主要计算思想.

为了探究颗粒物质的粮仓效应和验证 Janssen 模型的正确性,有很多研究小组采用不同的测量方法测量了粮仓底部压力和侧壁压力. 比如,早期采用的敲击法^[6],但由于敲击容器的力度很难控制,实验数据可重复性低. 后来,王晶等采

用间歇沉降法与连续沉降法对容器底部压力进行了测量^[7],该方法弥补了敲击法的不足,具有一定优势. 但王晶等没有对侧壁压力进行探究,同时,颗粒与器壁的摩擦力未达到最大,导致所测的底部压力数据偏大. 本实验通过间歇沉降法测量粮仓的底部压力,在此基础上,设计出了能连续测量侧壁压力的实验装置,并且保证了测量值在误差允许范围内具有可重复性.

1 理论计算

下面计算底面边长为 a 的正方形的立方体粮仓中的颗粒堆积情况,在 Janssen 模型中,假设颗粒在同一高度处的横向应力强度相等,且正比于纵向应力强度.

如图 1 所示,建立坐标系,水平方向为 x 轴、竖直方向为 z 轴方向. 颗粒物质受力情况如图 2 所示,则在面积为 S 、厚度为 dz 的体积元上,力平衡的条件为

$$-\rho S g dz + S dp = -\tau, \quad (1)$$

其中, ρ 为堆积密度, p 为深度为 z 处的压强, τ 为粮仓壁与颗粒物质间的摩擦力. 由于纵向应力和横向应力是正比关系,摩擦力为

$$\tau = 4\kappa\mu_f p a g dz, \quad (2)$$

收稿日期:2020-06-27;修改日期:2020-08-09

基金项目:四川师范大学校级实验技术与管理项目(No. SYJS2017-034, No. SYJS2018027)

作者简介:韩志强(1999-),男,四川宜宾人,四川师范大学物理与电子工程学院物理学专业 2017 级本科生.

通讯作者:唐明君(1972-),女,四川南充人,四川师范大学物理与电子工程学院副教授,博士,主要从事超硬材料及新型热电材料的实验合成及物性研究. E-mail:tmj20000808@aliyun.com



κ 为转换系数^[8-10],在实验中使用沉降法颗粒与容器壁之间的摩擦达到最大静摩擦力,所以 μ_f 为颗粒与容器壁摩擦系数. 对上式进行积分可得深度为 z 处的压强为

$$p = \rho g \lambda \left[1 - \exp \left(-\frac{z}{\lambda} \right) \right], \quad (3)$$

定义 $\lambda = \frac{a}{4\mu_f\kappa}$ 为特征高度. 底部正压力可由 $F = pS$ 得到.

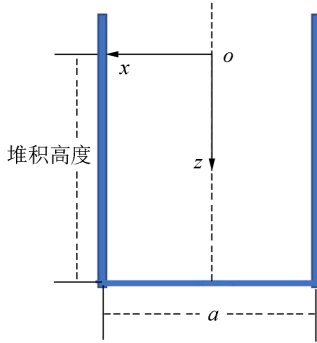


图 1 坐标轴建立示意图

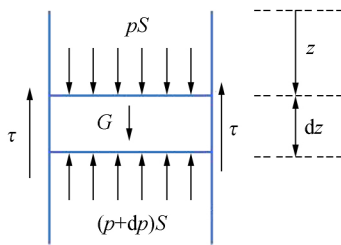


图 2 颗粒物质受力示意图

又根据 Janssen 模型假设,侧向应力正比于正向应力

$$p_{\text{侧}} = \kappa \rho g \lambda \left[1 - \exp \left(-\frac{z}{\lambda} \right) \right], \quad (4)$$

则用侧壁半径为 R 的圆来测量力面上的压力为

$$F = \int_{-R}^R 2 \sqrt{R^2 - x^2} \kappa \rho g \lambda \left[1 - \exp \left(-\frac{z+x}{\lambda} \right) \right] dx. \quad (5)$$

2 实验装置设计

实验器材:亚克力板、升降平台、压力传感器及显示屏、PVC 板、钢尺、3 mm 和 5 mm 陶碳粒.

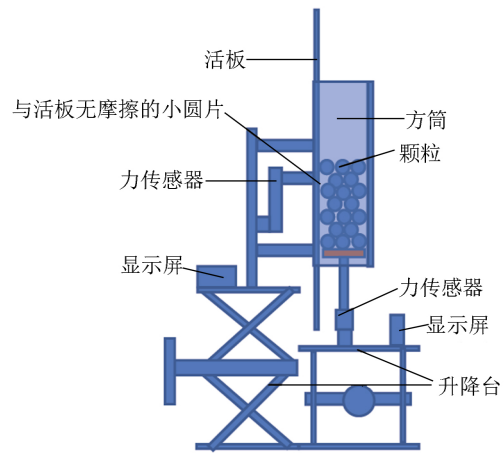
本实验的实验装置设计如图 3 所示,由以下

实验操作系统组成:

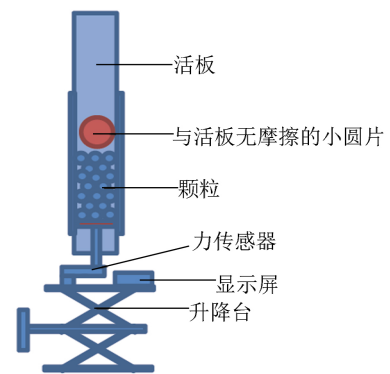
a. 粮仓主体部分,具体尺寸如图 4 所示,正方体粮仓的底边边长均为 4 cm,高为 30 cm,活板的长度长于其他 3 个面的高度. 底部设置为边长略小于粮仓边长的方形活塞,这样可以使活塞上下移动时不会触碰容器的内壁,也避免颗粒掉落;

b. 升降支架部分,调节升降台的旋钮控制粮仓的底板和侧面的活动板的移动,用以测量不同高度和深度时,粮仓的底板正压力和侧壁压力的大小变化;

c. 压力传感器部分,使用精度为 0.01 g,量程为 0~500 g 的力传感器,将 2 个压力传感器的一端分别与侧壁上的小圆片和底部的方形活塞相连,另一端再与升降台上的固定装置相连,这样力传感器就能测量到小圆片和方形活塞所受到的力的大小. 实验装置的实物图如图 5 所示.



(a) 正视图



(b) 侧视图

图 3 实验装置示意图

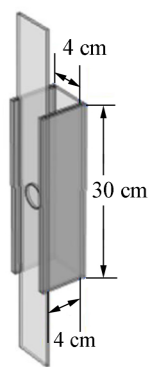


图 4 方筒粮仓四壁设计图

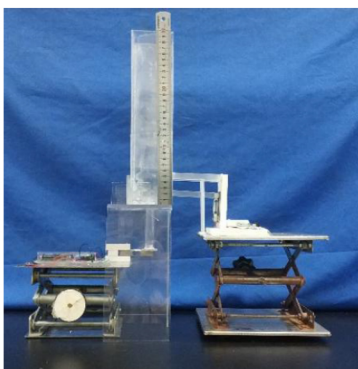


图 5 实验装置实物图

1) 底部压力测量

由于在理论中假设侧面所受静摩擦力为最大静摩擦力, 而将颗粒注入方筒中后, 侧面对颗粒的摩擦力不是最大静摩擦力, 故直接测量的底面压力并不满足此模型, 所以本文采用沉降法测量底部的压力。如图 3 所示, 在固定主体部分的位置时, 通过缓慢调节升降台, 使底面支撑体下降, 即侧面静摩擦力达到最大静摩擦力。然后使支撑体下降很小的高度, 此时堆积的颗粒将有下降的趋势, 故此时产生的摩擦力接近于最大静摩擦力, 在整体堆积处于 Janssen 模型的状态后, 使用压力传感器测量颗粒对粮仓产生的底部压力。

2) 侧壁压力测量

在研究粮仓效应时, 侧壁压力的精确测量是整个实验和验证模型的正确性的关键。已有采用在侧壁的不同高度上放置不同的压力测量装置, 测量侧壁的压力^[8], 这种测量方式的缺点在于, 只能测量固定高度点的侧壁压强, 不能连续测量。为了测量更多高度的侧壁压力, 本文设计了能连

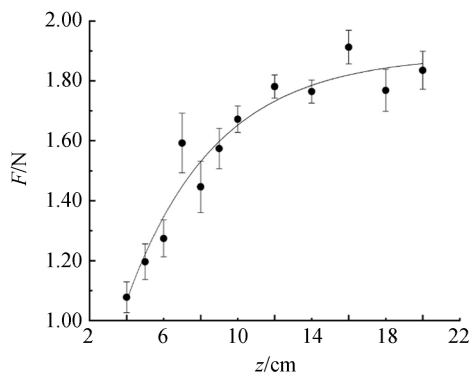
续测量不同高度侧壁压力的实验装置。如图 3 所示, 在装置的侧面, 粮仓的侧壁和测力装置作为整体。具体做法是在侧壁中切割出圆形区域, 在此圆形区域, 制作不与侧壁接触的圆片, 将圆片与测力装置相连。调整该组件的高度, 可以连续测量出不同深度时粮仓的侧壁压力值。该实验装置不仅能够实现沉降法测量底部颗粒压力, 还能够连续地测量侧壁压力。

3 实验数据采集

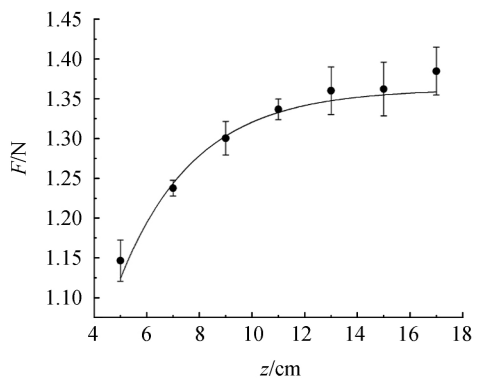
3.1 不同堆积高度下的底部压力测量

实验测量时, 将压力传感器与数码显示器连接。颗粒半径分别为 3 mm 和 5 mm 的均匀球形陶粒, 成分主要为高岭土、长石和黏土, 密度为 1.22 g/cm^3 。将陶粒注入方筒中, 达到实验所需高度, 将底部支撑升降台旋转固定小角度, 颗粒达到极限应力状态时, 测量出陶粒的堆积高度和粮仓底部正压力的对应关系。

如图 6 所示, 测量出当陶粒半径分别为 3 mm 和 5 mm 时, 陶粒的堆积高度和粮仓底面所受压力大小的关系, 图中实心圆点表示在同一位置进行 10 多次实验测量的底部压力的平均值, 实线表示的是式(3)使用 Matlab 软件计算模拟出的理论曲线。其中 3 mm 陶粒的 κ 为 0.41, 5 mm 陶粒的 κ 为 0.56, 在弹性理论计算的范围(0.33~2.50)内^[11], 且与其粒径变化的规律相同^[8]。从图 6 中可以看出, 随着陶粒高度的增加, 粮仓的底部压力增大, 当高度增加到一定值时候, 底部压力的大小趋于平稳。从图 6(a)中可以看出, 半径为 3 mm 的陶粒高度达到大约 12 cm 后, 粮仓底部压力趋于平稳, 达到定值。如图 6(b)中所示, 当半径为 5 mm 的陶粒高度达到大约 10 cm 后, 粮仓底部压力趋于平稳。即, 当堆积高度达到方仓底边边长(4 cm)约 2 倍以上以后, 粮仓的底部压力达到饱和。从图 6 的测量结果可以看出, 对于不同粒径的陶粒, 粮仓的底部压力达到饱和的陶粒高度不同, 这是由于 2 种半径不同的陶粒具有不同的转向系数和堆积密度, 所以, 造成了同样深度下的底部压力不同。从图 6 中还可以看出, 实验测量值与理论计算模拟值存在偏差, 这是由于每次测量时, 难以形成完全相同的极限应力状态造成的, 但是, 理论曲线和实验测量值的变化趋势都相同。



(a) 3 mm



(b) 5 mm

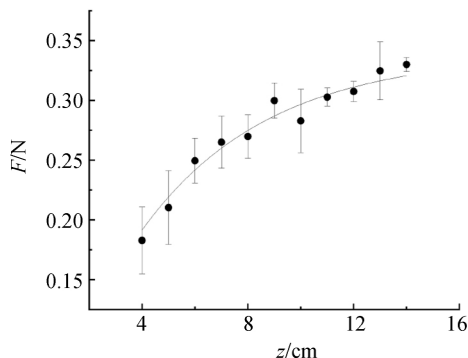
图 6 不同半径的陶粒高度与粮仓底部压力变化关系

3.2 不同高度的侧壁压力测量

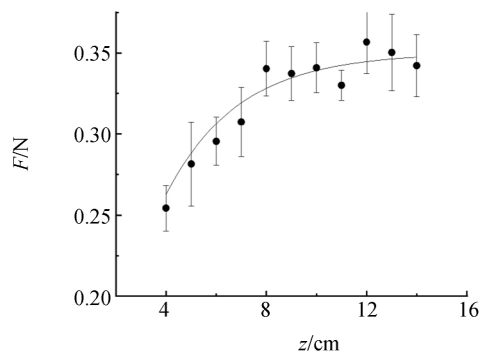
实验测量粮仓侧壁压力时,先将测力面置于装置能达到的最低处,在保持底部正压力为 Janssen 模型的状态下,旋转控制侧壁升降台的旋钮,使侧壁装置整体上升,通过压力传感器测量,读出相同堆积高度的情况下,不同测量深度处的侧壁压力大小,2 种不同的陶粒不同深度的实验测量结果如图 7 所示.

图 7 测量出了当陶粒半径分别为 3 mm 和 5 mm 时,陶粒在相同堆积高度 16.1 cm 下不同深度的侧壁压力传感器所受压力的大小. 图 7 中的实心圆点表示在多次侧壁整体上升过程中不同深度的测量值的平均值,虽然圆片有一定的面积,但仍能代表这个深度的侧壁压力. 图 7 中实线表示的是根据式(5),用 Matlab 积分计算模拟的理论曲线. 从图 7 中可以看出,在相同堆积高度的粮仓中,随着测量深度的增加,侧壁压力逐渐增大,随着深度的继续增加,侧壁压力的增长趋势越来越

越缓,最后趋于定值. 理论模拟值和实验测量值符合得比较好.



(a) 3 mm



(b) 5 mm

图 7 不同半径的陶粒不同测量深度与侧壁压力变化关系

4 结论与讨论

通过本文的讨论得出:随着方形粮仓中倒入颗粒的高度的增加,粮仓底部的压力会逐步增大,最后会趋于某定值;当陶粒的堆积高度一定时,随着测量深度的增加,方形粮仓的侧壁压力逐渐增加,且会趋于定值,出现粮仓效应.

实验使用自制的实验装置能明显地演示出粮仓效应,并能较精确地测量底部正压力和侧壁压力,验证了 Janssen 模型的正确性. 同时,该实验装置能够连续测量侧壁压力,能较好地反映侧壁压力变化的趋势,验证了产生粮仓效应的原因,即,由于颗粒物质间的相互作用,重力方向的力被分解到了水平方向,粮仓的侧壁支撑了颗粒的部分重力,使得粮仓的底部压力趋于饱和. 但由于在改变侧壁装置整体高度时装置的晃动很容易改变原本的堆积应力状态,所以侧壁压力的测量误

差偏大,但并不影响对整个趋势变化的判断.

参考文献:

- [1] Roberts I. Determination of the vertical and lateral pressures of granular substances [J]. Proceedings of the Royal Society of London A, 1884, 36: 225-240.
- [2] Janssen H A. Tests on grain pressure silos [J]. Z. Vereins Deutsch Ing, 1895, 39: 1045-1049.
- [3] 中华人民共和国住房和城乡建设部, 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局. GB50077-2017. 钢筋混凝土筒仓设计标准 [S].
- [4] ACI Committee 313. Standard practice for design and construction of concrete silos and stacking tubes for storing granular materials (ACI 313-97)[S].
- [5] BS EN1991-4:2006. Eurocode 1-Actions on structures-Part 4: Silos and tanks [S].
- [6] Vanel L, Clément E. Pressure screening and fluctuations at the bottom of a granular column [J]. The European Physical Journal B: Condensed Matter and Complex Systems, 1999, 11(3): 525-533.
- [7] 王晶. 不同维度下颗粒链的粮仓效应[D]. 北京: 北京理工大学, 2016: 14-20.
- [8] 杨林. 外力作用下二维颗粒物质结构变化的实验研究[D]. 贵阳: 贵州大学, 2015: 14-23.
- [9] 储时哉, 董家豪, 王思慧, 等. 无黏性颗粒在平面上的堆积角[J]. 物理实验, 2019, 39(7): 31-37.
- [10] 杨林, 胡林, 张兴刚. 二维晶格颗粒堆积中侧壁的压力分布与转向系数[J]. 物理学报, 2015, 64(13): 220-226.
- [11] 王璐珠. 粮仓应力转向比和稳定性行为研究[D]. 长沙: 中南大学, 2011: 34-41.

Experimental validation of the bottom and lateral pressures of the pressure screening effect

HAN Zhi-qiang, SHEN Zhong-chi, TANG Ming-jun

(Institute of Physics and Electrical Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu 610101, China)

Abstract: To investigate the pressure screening effect of granular matter and test the Janssen model, an experimental system was designed and created with a side wall which could move up and down. The apparatus could not only measure the vertical bottom pressure, but also could measure the side wall pressure at any depth. The variation of the vertical pressure was derived with the granular pile height, the relation between the lateral pressure and the depth of the granular matter. The numerical simulation was also done. It was shown that the theoretical value fit well with the experimental results. The bottom pressure would be saturated as the granular matter mass increased, moreover, it could be proven that the Janssen model was correct.

Key words: granular matter; pressure screening effect; Janssen model

[责任编辑: 郭 伟]