

文章编号:1005-4642(2021)02-0033-04

## 基于竖直平面圆弧轨道的阻尼因数测量

农晓宁<sup>a</sup>, 李丰果<sup>b</sup>

(华南师范大学 a. 物理与电信工程学院; b. 物理国家级实验教学示范中心, 广东 广州 510006)

**摘 要:**利用圆柱体在自制圆弧轨道上的弱阻尼运动测量阻尼因数. 通过 Tracker 视频分析软件对阻尼运动视频进行分析, 得到运动曲线, 并利用 Origin 软件对运动曲线进行拟合, 根据拟合曲线方程得到阻尼因数的测量值. 本实验可对阻尼因数的测量提供参考.

**关键词:**阻尼振动; 阻尼因数; 曲线拟合; 竖直平面; 圆弧轨道

**中图分类号:** O313.5

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.19655/j.cnki.1005-4642.2021.02.006

当质点或刚体在轨道上做振动时会受到阻力作用, 振动过程中, 振幅会减小, 这样的运动叫做阻尼振动. 阻尼因数是描述振幅衰减快慢的重要参量, 阻尼因数  $\beta$  从小到大对应 3 种运动状态, 分别是欠阻尼状态、临界阻尼状态和过阻尼状态. 阻尼因数  $\beta$  越大, 则阻尼越大, 衰减越快; 阻尼因数  $\beta$  越小, 则阻尼越小, 衰减越慢. 利用不同装置可以测量阻尼因数<sup>[1-7]</sup>, 对实验数据的采集与处理也有不同的方法<sup>[8-13]</sup>. 本文利用自制竖直圆弧轨道装置进行实验, 利用视频分析软件 Tracker 和数据处理软件 Origin 来完成对阻尼因数的测量.

### 1 测量原理

在实际情况下物体受到阻力作用, 小球做弱阻尼振动,  $\omega$  为与阻尼振动相同的振动系统的固有角频率,  $\beta$  为阻尼因数, 其动力学方程<sup>[14]</sup>为

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0, \quad (1)$$

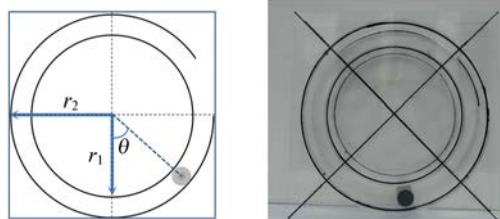
式(1)中当阻力很小时 ( $\beta \ll \omega$ ), 呈现欠阻尼状态, 由(1)式解得质点的运动学方程为

$$x(t) = Ae^{\beta t} \cos(\omega' t + \alpha). \quad (2)$$

为了得到阻尼因数, 将物体的  $x-t$  曲线进行非线性拟合, 可得到  $\beta$ .

### 2 自制竖直平面圆弧轨道

自制竖直圆弧轨如图 1 所示. 竖直圆弧轨道由 2 块 22.00 cm 的正方形有机玻璃板以及直径分别为 20.00 cm 和 15.00 cm 的有机玻璃圆管组合而成. 制作时首先将圆管切割使其高度为 3.50 cm, 按照需要的尺寸把大圆管切出开口, 作为物体进入轨道的入口. 如图 1 所示, 将半径为  $r_1 = 7.50$  cm,  $r_2 = 10.00$  cm 的圆管的圆心重合, 且圆心处在正方形对角线的交点. 接着用热熔胶将圆管固定在 2 块正方形的玻璃板之间. 按以上步骤制成简易竖直圆弧轨道. 测量需要配置圆柱体作为追踪对象, 根据实验需求, 在轨道内壁贴上不同材料来改变轨道的粗糙程度.



(a) 示意图

(b) 实物图

图 1 竖直圆弧轨道的示意图和实物图

收稿日期: 2020-05-22; 修改日期: 2020-07-17

基金项目: 广东省自然科学基金项目 (No. 2016A030313433)

作者简介: 农晓宁 (1994-), 女, 广西龙州人, 华南师范大学物理与电信工程学院学科教学 (物理) 专业 2018 级硕士研究生, 研究方向为中学物理实验教学.

通讯作者: 李丰果 (1970-), 男, 甘肃甘谷人, 华南师范大学物理与电信工程学院教授, 博士, 研究方向为物理实验教学. E-mail: ganguli@126.com



### 3 测量过程

实验过程中,物体运动较快,需利用相机拍摄视频,并通过视频分析软件 Tracker 得到所需运动数据,将数据导入 Origin 进行曲线拟合. 测量使用的相机为富士 XT20,拍摄帧数设为  $60 \text{ s}^{-1}$ .

1) 测量准备:用三脚架固定相机,开启拍摄视频模式并取景整个装置. 测量出圆柱体底面半径均为  $0.90 \text{ cm}$ ,圆弧轨道半径为  $10.00 \text{ cm}$ ,在圆柱体底面贴上黑色圆形纸片,以便 Tracker 追踪物体的运动轨迹.

2) 录制视频:根据实验需求将圆柱体从不同角度  $\theta$  的位置静止释放,用相机录下圆柱体在圆弧轨道运动的视频.

3) 尺寸标注定标:将视频导入 Tracker 软件将实际中的物体尺寸在视频中进行标注,以便得到准确的数据.

4) 视频分析:以平衡位置为原点建立平面直角坐标系,将圆柱体中的黑色圆纸片标志为质点,追踪质点的运动,得到  $x-t$  图像及其数据.

5) 数据处理:用 Origin 软件中的 SineDamp 函数对  $x-t$  图像的数据进行曲线拟合,得到阻尼因数  $\beta$ . 实验探究圆柱体在不同角度、不同表面滚动,以及材质对阻尼因数的影响.

### 4 测量结果与分析

#### 4.1 圆柱体从不同角度开始滚动的阻尼因数测量

用铁质圆柱体从不同角度静止释放,用 Tracker 得到圆柱体运动的水平位移随时间变化的  $x-t$  运动曲线. 角度  $\theta$  是指圆柱体释放位置与圆心所确定的直线和竖直方向的夹角. 将  $x-t$  曲线用 SineDamp 函数进行非线性拟合,4 个不同角度释放的圆柱体运动曲线(黑色)和拟合曲线(红色)结果如图 2 所示.

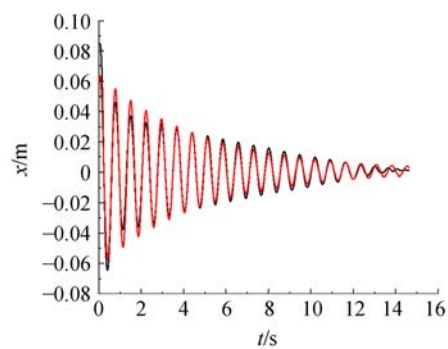
相应地,4 次测量的拟合方程分别为:

$$x_{80^\circ} = 8.01 \times 10^{-4} + 0.064e^{-\frac{t}{4.768}} \sin \left[ \frac{\pi(t+0.127)}{0.362} \right],$$

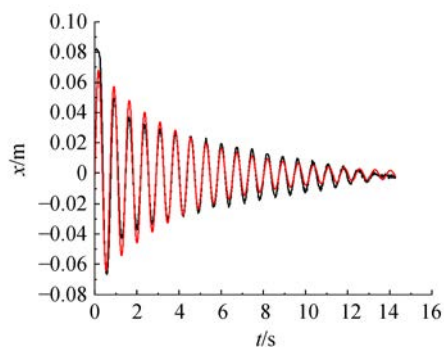
$$x_{70^\circ} = -8.93 \times 10^{-4} + 0.072e^{-\frac{t}{4.219}} \sin \left[ \frac{\pi(t-0.0004)}{0.364} \right],$$

$$x_{60^\circ} = 6.27 \times 10^{-4} + 0.066e^{-\frac{t}{4.308}} \sin \left[ \frac{\pi(t+0.060)}{0.363} \right],$$

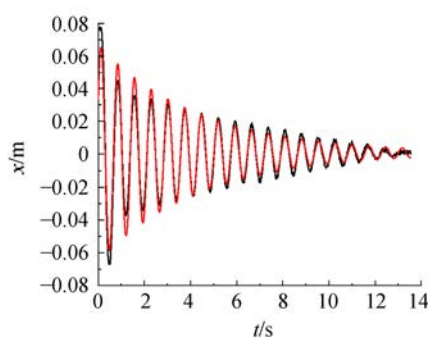
$$x_{50^\circ} = 2.13 \times 10^{-4} + 0.068e^{-\frac{t}{4.457}} \sin \left[ \frac{\pi(t-0.017)}{0.364} \right].$$



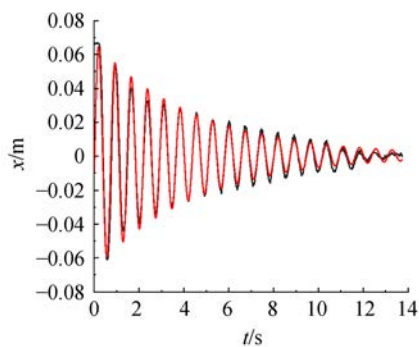
(a)  $\theta=80^\circ$



(b)  $\theta=70^\circ$



(c)  $\theta=60^\circ$



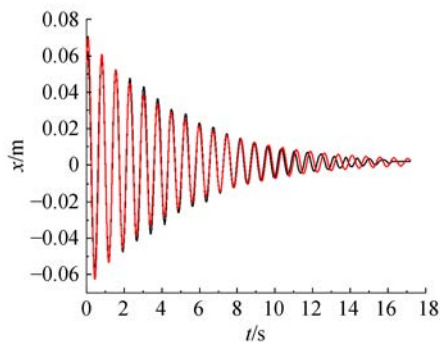
(d)  $\theta=50^\circ$

图 2 不同角度下落  $x-t$  曲线与其拟合曲线

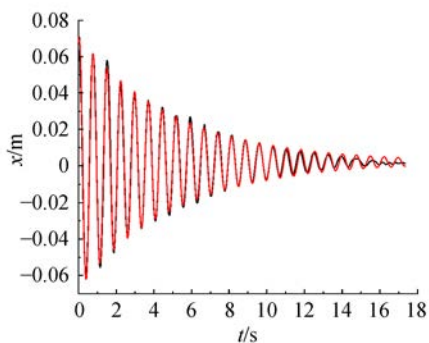
由以上拟合曲线方程,得铁质圆柱体在不同角度下滚动的阻尼因数分别为: $\beta_{80^\circ} = \frac{1}{4.768} \approx 0.210$ ,  $\beta_{70^\circ} = \frac{1}{4.219} \approx 0.237$ ,  $\beta_{60^\circ} = \frac{1}{4.308} \approx 0.232$ ,  $\beta_{50^\circ} = \frac{1}{4.457} \approx 0.224$ . 结果表明:铁质圆柱体在  $\theta$  从  $50^\circ \sim 80^\circ$  之间的位置静止下落时,阻尼因数  $\beta$  随着角度增大先变大后减小. 在  $50^\circ \sim 70^\circ$  之间,释放角度越大,  $\beta$  越大,振幅衰减越快,在  $70^\circ$  时  $\beta$  最大,衰减最快;在  $80^\circ$  时阻尼因数最小,衰减最慢.

#### 4.2 圆柱体在不同粗糙度表面上滚动的阻尼因数测量

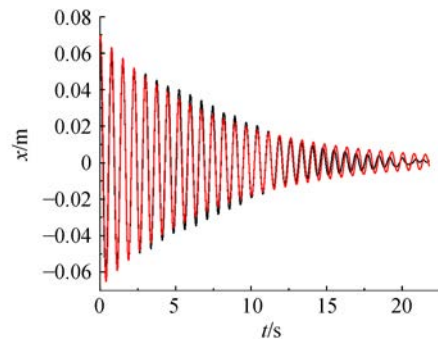
保持其他条件不变,使圆柱体在不同目数的砂纸轨道中来回滚动,测量圆柱体在粗糙度不同的表面上滚动的阻尼因数. 砂纸的目数是指物料的粒度或粗细度,目数越小表示越粗糙,反之,目数越大表示越细腻. 经过实验测量与数据处理,得到圆柱体运动的水平位移随时间变化的  $x-t$  曲线及其拟合曲线. 圆柱体分别在 150 目、240 目、400 目、1 200 目砂纸中滚动的  $x-t$  运动曲线(黑色)及其拟合曲线(红色)如图 3 所示.



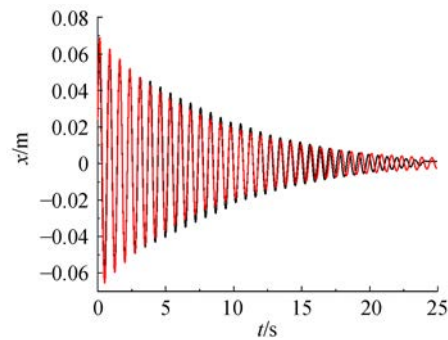
(a)150 目



(b)240 目



(c)400 目



(d)1 200 目

图 3 圆柱体在不同目数砂纸滚动  $x-t$  曲线和其拟合曲线

相应地,图 3 中 4 次测量的拟合方程分别为

$$x_{150\text{目}} = 0.0015 + 0.070e^{-\frac{t}{4.782}} \sin\left[\frac{\pi(t+0.11)}{0.369}\right],$$

$$x_{240\text{目}} = 0.002 + 0.069e^{-\frac{t}{5.086}} \sin\left[\frac{\pi(t+0.15)}{0.368}\right],$$

$$x_{400\text{目}} = 5.02 \times 10^{-4} + 0.069e^{-\frac{t}{7.593}} \sin\left[\frac{\pi(t+0.15)}{0.371}\right],$$

$$x_{1200\text{目}} = 1.30 \times 10^{-4} + 0.070e^{-\frac{t}{7.807}} \sin\left[\frac{\pi(t+0.04)}{0.370}\right].$$

由以上拟合曲线方程,得铁质圆柱体在不同目数的砂纸轨道中滚动的阻尼因数  $\beta$  分别为  $\beta_{150\text{目}} = \frac{1}{4.782} \approx 0.209$ ,  $\beta_{240\text{目}} = \frac{1}{5.086} \approx 0.197$ ,  $\beta_{400\text{目}} = \frac{1}{7.593} \approx 0.132$ ,  $\beta_{1200\text{目}} = \frac{1}{7.807} \approx 0.128$ . 结果表明:圆柱体在越光滑的砂纸表面上滚动阻尼因数越小,振幅衰减越慢. 在 150~400 目砂纸之间,阻尼因数减小得快,在 400~1 200 目砂纸之间,阻尼因数减小得慢.

#### 4.3 测量不同材质圆柱体滚动的阻尼因数

保持其他条件不变,使铜、铁、铝 3 种圆柱体分别在圆弧轨道中来回滚动,轨道表面铺上 1 200 目数的砂纸. 测量得 3 种材质圆柱体的阻尼因数如表 1 所示.

表 1 不同材质圆柱体阻尼因数测量数据

材质	$\beta$			$\bar{\beta}$
	1	2	3	
Cu	0.146	0.145	0.144	0.145
Fe	0.125	0.128	0.122	0.125
Al	0.134	0.133	0.135	0.134

铜铁铝圆柱体在 1 200 目砂纸上运动的阻尼因数大小排序为  $\beta_{Fe} < \beta_{Al} < \beta_{Cu}$ , 平均值相差约 0.01. 结果表明, 阻尼因数与圆柱体材质有关, 但是影响较小.

## 5 结束语

利用圆柱体在竖直平面圆弧轨道滚动测量阻尼因数, 研究了释放角度、轨道的粗糙程度和圆柱体材质对测量阻尼因数的影响. 测量结果表明: 阻尼因数随角度变化产生微小的变化; 阻尼因数随粗糙程度的降低而减小; 用铜铁铝圆柱体测量阻尼因数, 材质对阻尼因数的影响较小. 实验的误差来源为圆柱体释放的初始状态、拍摄画面变形、软件追踪精度等.

## 参考文献:

- [1] Siretean S T, Alaci S, Musca I, et al. Determining the coefficient of rolling friction using hypocycloidal oscillations [J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018, 444(2):022017.
- [2] Irimescu L, Alac S. Considerations on friction co-

- efficient in a simple harmonic motion [J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018, 444(2):022018.
- [3] 尤亦庄, 王晓翰, 王喆, 等. 音叉振动阻尼系数的测定与研究[J]. 大学物理, 2007, 26(5):58-61.
- [4] 黄育红, 张锁宾, 周文飞, 等. 利用阻尼振动测量气垫导轨阻尼系数的新思路[J]. 大学物理, 2017, 36(7):28-32.
- [5] 赵俊, 丁益民, 杨蕾, 等. 气垫导轨上弹簧振子阻尼振动的数字化实验研究[J]. 大学物理实验, 2016, 29(4):52-54, 58.
- [6] 郑少华. 运用 DISLab 探究简谐振动和阻尼振动[J]. 实验教学与仪器, 2014, 31(7):71, 77.
- [7] 许生慧, 钱仰德. 受迫振动阻尼复摆实验仪[J]. 物理实验, 2016, 36(10):11-14.
- [8] 柴聪聪, 凤飞龙, 王公正. 大摆角单摆“周期”变化的解析解及其实验应用[J]. 物理实验, 2020, 40(3):48-50.
- [9] 曾蓓, 程敏熙. 视频分析软件 Tracker 在复摆实验中的应用[J]. 物理实验, 2018, 38(6):29-31.
- [10] 刘利澜, 李德安, 周少娜. 巧用智能手机拓展单摆实验[J]. 物理实验, 2019, 39(5):59-62.
- [11] 赵元晟, 高渊, 乐永康, 等. 碰撞过程动能损耗的定量分析[J]. 物理实验, 2017, 37(4):44-47.
- [12] 赵云. 阻尼振动中阻尼系数的研究[J]. 高教学刊, 2017(12):187-190.
- [13] 姚关心, 张彦华, 曾宗康. 阻尼参数的测量[J]. 物理通报, 2017(10):84-89.
- [14] 漆安慎, 杜婵英. 力学[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2005:309.

## Damping factor measurement on vertical plane circular arc track

NONG Xiao-ning<sup>a</sup>, LI Feng-guo<sup>b</sup>

(a. School of Physics and Telecommunication Engineering; b. National Demonstration Center for Experimental Physics Education, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** The damping factor was measured in the weak damping motion of the cylinder on the self-made circular arc track. The video of the damping motion was analyzed by the Tracker video analysis software, and the motion curve was obtained and fitted by the Origin software. The damping factor was measured according to the fitting curve equation. This study could provide a reference for the measurement of damping factor.

**Key words:** damping vibration; damping factor; curve fitting; vertical plane; circular arc track

[责任编辑:郭 伟]