

文章编号:1005-4642(2021)03-0046-08

## 流体悬浮及其稳定性探究

刘铠铭,周亚杰,赵述敏,王红理

(西安交通大学 物理学院,陕西 西安 710049)

**摘要:**研究了圆柱体、球体在射流柱中悬浮的现象,使用 N-S 方程、边界层理论等,对圆柱体侧面绕流建立模型,用数值计算的方法求解水流绕流和空气绕流的速度场,求解压强梯度和黏滞力矩,建立平衡方程求解出物体的稳定悬浮高度和稳态转动速度. 结果表明:物体的悬浮高度和稳态转动速度均与圆柱体直径近似呈二次函数关系. 通过控制变量法,探究悬浮物体的稳定性,发现其受到物体厚度、直径、形状多个因素的影响.

**关键词:**轻质物体;自由射流柱;悬浮高度;稳态转动速度;稳定性

**中图分类号:** O351.2

**文献标识码:** A

**DOI:**10.19655/j.cnki.1005-4642.2021.03.010

轻质物体能在向上喷射的自由射流柱的边缘部分处于稳定的悬浮状态,并在悬浮的同时开始旋转,称此现象为流体悬浮. 物体在流体中的悬浮现象是目前备受关注的新兴的物理问题,此问题涉及流体力学前沿的相关研究,如 Navier-Stokes 方程、边界层理论等. 流体悬浮的应用也很广泛,比如核领域中国内液体悬浮式非能棒控制系统<sup>[1]</sup>和国际上较为成熟的液体悬浮式非能动停堆系统<sup>[2]</sup>,现代工业中液质悬浮式永磁多自由度电机,等等.

### 1 流体悬浮模型

#### 1.1 实验装置

由水龙头接软管构成供水系统,将软管出水端固定,固定装置由 2 个相同的铁三角和铁杆作为支撑,用可转动的十字夹固定出水口,由磁铁和铁块作为十字夹的稳定装置,使喷水的角度固定.

#### 1.2 实验现象

实验中,将圆柱体静止地放在自由射流边缘,脱手后在 1 s 内,圆柱体会开始旋转,高度趋于固定值,转速基本保持恒定.

#### 1.3 模型构建及理论分析

悬浮模型如图 1 所示,其中  $G$  为圆柱体重力, $F_1$  为水流冲击力, $F_2$  为压强梯度力, $M_t$  为水流

黏滞力矩, $M_f$  为空气黏滞力矩.

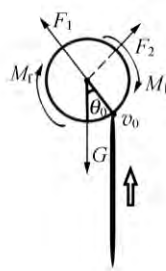


图 1 圆柱体的悬浮模型

圆柱体悬浮时会围绕平衡点轻微上下振动,振幅近似不变,定义该点为轻质物体的稳定悬浮高度,此时圆柱体受力平衡:

$$F_1 + F_2 + G = 0, \quad (1)$$

圆柱体稳态转速近似恒定,圆柱体受到的合力矩

$$M_t + M_f = 0, \quad (2)$$

无物体悬浮时,水柱的高度为  $h_0$ . 每秒喷水质量为  $m_t$ ,水流初始速率为  $v_b$ ,悬浮高度处水流速率为  $v_0$ . 由于过轻的物体无法悬浮,而稍重的物体悬浮高度  $h$  较低,所以实验中的  $v_b$  与  $v_0$  较为接近,可近似认为水柱的半径  $R_w$  等于水管的半径  $R_1$ ,在水柱击打在圆柱体侧面的瞬间,其动量可以分为沿圆柱体横截面的径向和法向,其中沿圆柱体径向的冲量全部转化为对圆柱体的冲击力  $F_1$ ,

收稿日期:2020-08-27;修改日期:2020-10-14

作者简介:刘铠铭(2002—),男,陕西西安人,西安交通大学物理学院 2019 级本科生.

通讯作者:赵述敏(1977—),女,陕西西安人,西安交通大学物理学院副教授,博士,研究方向为凝聚态物理、生物物理. E-mail:zhaosm@xjtu.edu.cn

王红理(1964—),男,陕西西安人,西安交通大学物理学院教授,博士,研究方向为应用物理、半导体物理. E-mail:hlwys@mail.xjtu.edu.cn



其大小为  $p_0 \cos \theta_0$ ,  $\theta_0$  为冲击面中心点与圆柱体轴心的连线与竖直方向的夹角,称为偏心角.

$$F_1 = p_0 S \cos \theta_0, \quad (3)$$

将  $p_0$  和  $S$  表达式代入(3)式,得:

$$F_1 = 2g\rho_w\pi^2 R_1^4 \cos \theta_0 \sqrt{(h_0 - h)h_0}, \quad (4)$$

式中  $h$  为稳定悬浮高度,由于康达效应,圆柱体侧面形成绕流,绕流在向上的过程中由于黏滞阻力和重力作用速率会逐渐衰减、宽度增加、厚度逐渐变薄,绕过最高点后速率又逐渐增加、宽度增加、厚度继续变薄,形成绕流.

先求解二维的速率分布(绕流范围为平面不规则圆环),由于圆柱体侧面左右对称性,可以近似认为处在同一高度、同一角度、同一厚度处的绕流速率相等,于是可以将二维模型拓展到三维.设绕流覆盖角度  $\theta$  的范围为  $2\pi$ ,宽度为  $a$ ,达到稳定时,视其为定常流动,任取一流体微元,其所处的厚度为  $d(\theta)$ ,速度为  $v(d, \theta)$ ,如图 2 所示.

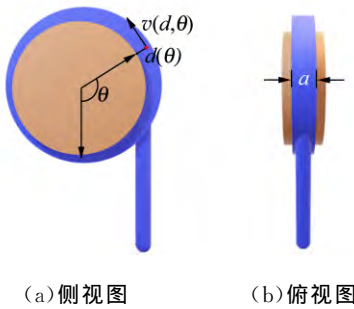


图 2 圆柱体的悬浮

当整个系统到达稳态时,圆柱体侧面任意位置处流体微元的速度和绕流的厚度不随时间变化,用 N-S 方程描述绕流系统:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p^* + \gamma \nabla^2 V, \quad (5)$$

联立连续性方程:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0.$$

引入边界层理论<sup>[1]</sup>描述绕流系统,不考虑外层黏滞阻力和无滑移条件, N-S 方程可简化为

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta^2}{r} \right) &= -\frac{\partial p^*}{\partial r}, \\ \rho \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r V_\theta}{r} \right) &= -\frac{1}{r} \frac{\partial p^*}{\partial \theta}, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} &= 0. \end{aligned}$$

使用有限差分法得到微分方程组的数值解,时间步长取 0.1 s,空间步长取  $10^{-5}$  m,角度步长

取  $2\pi/100$ , 确认初始条件后对时间进行迭代. 当相邻两代之间的数据相差小于 1% 时停止迭代.

对于边界层内的流动,其雷诺数<sup>[2]</sup>的数值为

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \approx 1 \times 10^5 < 5 \times 10^5,$$

式中,  $\rho$  为水流密度,取  $10^3$  kg/m<sup>3</sup>;  $v$  为绕流速度,  $v < 10$  m/s;  $L$  为特征长度,这里指柱体的直径,  $L$  在  $10^{-2}$  m 量级;  $\mu$  为水的动力黏度,在 20 °C 时取  $1.01 \times 10^{-3}$  Pa · m. 由于雷诺数小于  $5 \times 10^5$ , 则可以将边界层内的流动当作层流来分析,  $\delta$  表示边界层厚度,则  $y$  处的速度可以写成

$$\frac{V(y)}{V} = f\left(\frac{y}{\delta}\right),$$

泰勒展开并取一阶近似,得:

$$V(y) = a_0 V.$$

将边界层绕流与外层绕流速率分布结合得到完整的侧面水流绕流速度场,如图 3 所示.

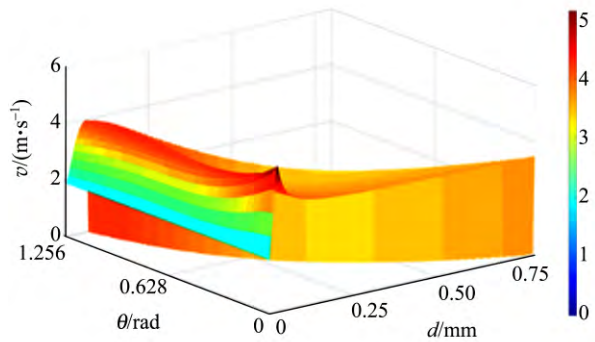


图 3 水流绕流的速度场

图 3 中紧贴圆柱体侧面的 1 层水流速度降低不明显,但水膜的厚度随圆柱体旋转变薄,动量和能量的传递体现为水流动量层厚度的损失,这部分水的动量和能量变成圆柱体旋转的角动量和能量. 通过流速场求解压强分布,边界层内压强在垂直于壁面方向存在梯度,满足动量积分方程<sup>[3]</sup>:

$$\frac{d}{dx} (U^2 t) + \frac{dU}{dx} U \delta^* = \frac{\tau_0}{\rho},$$

使用思韦茨解法<sup>[1]</sup>求解,动量厚度为  $t$ , 则

$$t^2 = \frac{0.45v}{U^6(x)} \int_0^x U^5(\xi) d\xi,$$

$U(x)$  为绕流流速分布,通过前面的有限差分法即可解得. 定义量纲为 1 的动量厚度

$$K = \frac{t^2}{v} \frac{dU(x)}{dx},$$

结合流速分布和动量厚度求解出各流体微元的黏

滞力分布

$$\tau_0 = \frac{\mu U}{t} (K + 0.09)^{0.62},$$

对所有与圆柱体直接接触的流体微元求和,得到黏滞力矩为

$$M_1 = \sum_1^N \tau_0(\theta) r a \Delta\theta, \quad (6)$$

当边界层非常薄时,可忽略垂直于固体边界的流速,则边界层内的 N-S 方程可以简化为

$$\frac{\partial p^*}{\partial r} = \frac{\rho V_\theta^2}{r} - \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta}, \quad (7)$$

可得圆柱体侧面的压强分布  $p^*$  (并且考虑绕流附加重力),对所有微元求和得到压强梯度力为

$$F_2 = \sum_1^N [p^*(\theta) - \rho g z(\theta)] r a \Delta\theta, \quad (8)$$

通过水流速度场可以求解得到空气流速场。

图 4 是空气流速场在 5 min 内变化趋势,空气黏滞力矩在  $10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}$  量级,圆柱体转动惯量在  $10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  量级,因此可忽略空气黏滞力矩。

平衡方程可以写成:

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{G} = 0,$$

$$M_1 = \sum_1^N \tau_0(\theta) r a \Delta\theta = 0. \quad (9)$$

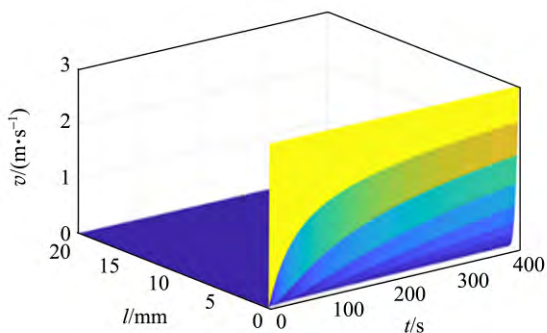


图 4 空气速度场

#### 1.4 数值模拟

设初始数组  $(\omega, h)$  为  $(0, 0)$ , 分别以  $0.1 \text{ r/s}$  和  $0.01 \text{ m}$  为步长增加  $(\omega, h)$ , 求出每个数组对应的流速场, 求出合力与合力矩, 取合力与合力矩最接近 0 的数组, 此时  $(\omega, h)$  就是给定圆柱体的理想转速和理想悬浮高度, 如图 5 所示。初始条件: 高  $3 \text{ cm}$ , 直径  $12 \text{ cm}$ , 质量  $4.63 \text{ g}$ , 水柱初始高度设置为  $1.60 \text{ m}$ 。数值模拟结果: 理论转速为  $5.33 \text{ r/s}$ , 理论悬浮高度为  $1.09 \text{ m}$ 。

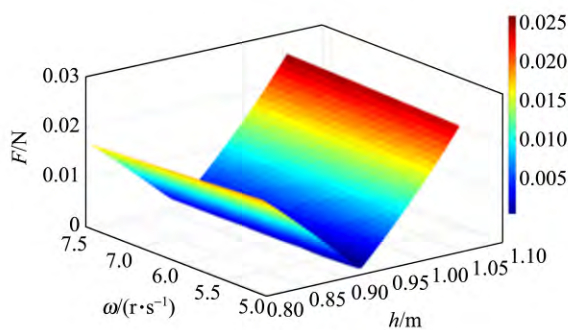


图 5 理论稳态转速和悬浮高度

## 2 悬浮高度和转速的测定

用 Tracker 软件测量圆柱体稳态悬浮高度  $h_e$  和稳态转速  $\omega_e$ , 得到  $h_e, \omega_e$  与圆柱体直径  $D$  和厚度  $l$  的关系, 并与理论悬浮高度  $h_t$ 、理论稳态转速  $\omega_t$  对比。

### 2.1 $\omega$ 和 $l$ 的关系

实验测得  $\omega$  与  $l$  如表 1 和图 6 所示,  $\omega_t$  与  $l$  呈二次函数关系, 二次项系数小于 0, 且  $\omega'' < 0$ , 实验曲线与理论曲线吻合较好。

表 1  $\omega, h$  与  $l$  的数据

$D/\text{cm}$	$l/\text{cm}$	$\omega/(\text{r} \cdot \text{s}^{-1})$		$h/\text{m}$	
		理论	实验	理论	实验
11.81	2.02	5.33	4.71	1.25	1.05
11.82	3.02	6.31	5.05	1.09	0.89
11.79	4.00	7.05	5.86	0.95	0.75
11.83	5.01	7.48	6.13	0.85	0.67
11.80	6.03	7.55	6.46	0.78	0.61

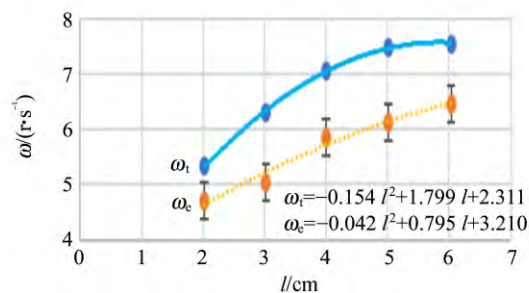


图 6 转速  $\omega$  和厚度  $l$  的关系

### 2.2 $\omega$ 和 $D$ 的关系

实验测得  $\omega$  和  $D$  如表 2 和图 7 所示,  $\omega_t$  与  $D$  呈二次函数关系, 二次项系数大于 0, 且  $\omega'' > 0$ , 实验曲线与理论曲线吻合较好。

表 2  $\omega$  和  $h$  与  $D$  数据

$D/cm$	$l/cm$	$\omega/(r \cdot s^{-1})$		$h/m$	
		理论	实验	理论	实验
5.91	3.02	5.25	4.31	1.51	1.34
7.94	3.01	5.40	4.68	1.32	1.19
9.98	3.03	5.76	4.80	1.18	1.06
11.82	3.02	6.31	5.05	1.08	0.89
14.87	3.00	7.67	5.72	0.99	0.83

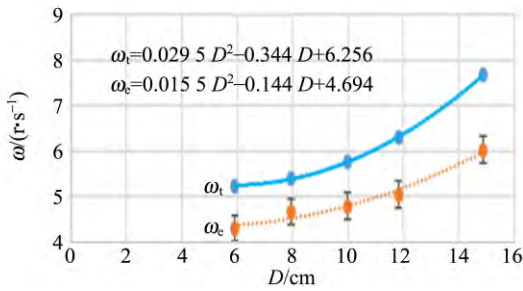


图 7 转速  $\omega$  和直径  $D$  的关系

2.3  $h$  和  $l$  的关系

实验测得  $h$  与  $l$  如表 1 和图 8 所示,  $h_t$  与  $l$  呈二次函数关系, 二次项系数大于 0, 且  $h'' > 0$ , 实验曲线与理论曲线吻合较好。

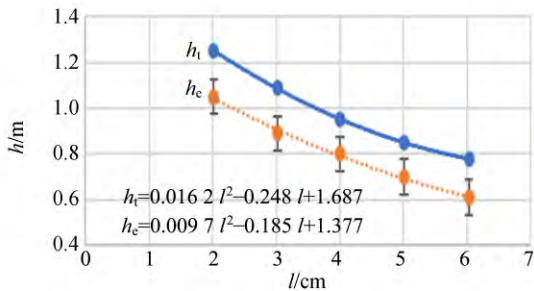


图 8 悬浮高度  $h$  和厚度  $l$  的关系

2.4  $h$  和  $D$  的关系

实验测得  $h$  和  $D$  如表 2 和图 9 所示, 实验测量  $h_t$  与  $D$  呈二次函数关系, 二次项系数大于 0, 且  $h'' > 0$ , 实验曲线与理论曲线吻合较好。

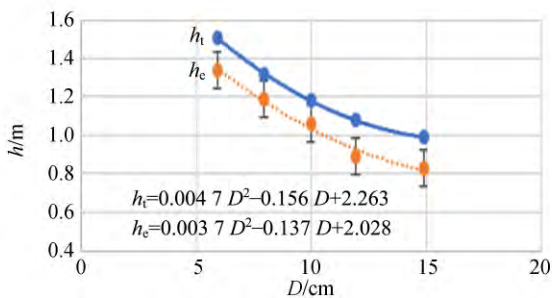


图 9 悬浮高度  $h$  和直径  $D$  的关系

3 流体悬浮的稳定性

3.1 稳定性的实验探究

悬浮物体的稳定性和生态系统的抵抗力稳定性和恢复力稳定性特征十分契合, 都与自身的结构特征和外界的干扰强度有关<sup>[7]</sup>, 所以引入生物学的概念, 探究悬浮物的抵抗力和恢复力稳定性。

3.1.1 抵抗力稳定性

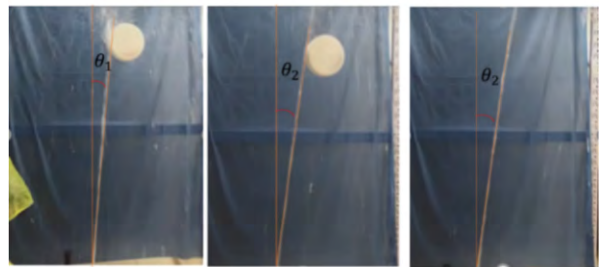
悬浮物体受到持续性扰动, 强度不断增大, 将其能承受的最大扰动强度作为衡量抵抗力稳定性的标准. 水柱初始高度为  $h_0$ , 悬浮物体质量  $m$ , 缓慢改变水柱与地面夹角  $\theta$ , 随着水柱与竖直方向的夹角增大, 扰动的强度也逐渐增大. 当水柱与竖直方向的夹角增大到一定值时, 物体恰好到达平衡极限掉落, 立刻停止改变水柱与竖直方向的夹角, 测量射出射点和落点的水平距离  $\delta x$ ,  $\delta x$  与  $\delta\theta$  关系为

$$\cos(\delta\theta) \approx \frac{\delta x}{4h_0}$$

$\delta x$  越大,  $\delta\theta$  越大, 抵抗力稳定性越强, 实验中取  $\delta x$  的算数平均值  $\bar{\delta x}$  作为衡量抵抗力稳定性的标准。

1) 圆柱体

图 10 是圆柱体从稳定悬浮到平衡极限过程. 实验测量  $\delta x$  和  $l$ , 如表 3 和图 11 所示, 圆柱体抵抗力稳定性在  $l = 3.02$  cm 时最强。



(a) 增大出射角 (b) 临界角 (c) 掉落

图 10 改变出射角(圆柱体)

表 3  $\bar{\delta x}$  和  $\bar{\theta}_s$  与  $l$  的关系

$D/cm$	$l/cm$	$\bar{\delta x}/cm$	$\bar{\theta}_s/(^\circ)$
11.81	2.02	43.3	12.5
11.81	3.02	67.6	18.3
11.79	4.00	49.5	15.4
11.83	5.01	35.3	10.6
11.80	6.03	27.3	9.4

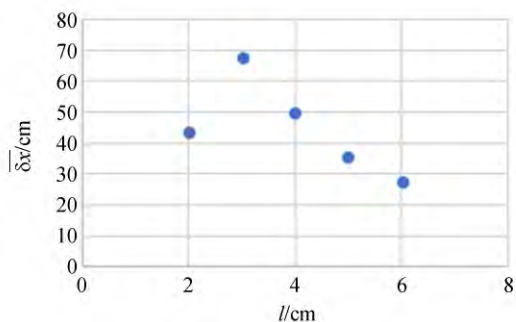


图 11  $\overline{\delta x}$ 和  $l$  的关系

实验测量 $\overline{\delta x}$ 和  $D$ ,如表 4 和图 12 所示,圆柱体抵抗力稳定性在  $D=11.81\text{ cm}$  时最强.

表 4  $\overline{\delta x}$ 和  $\overline{\theta_s}$ 与  $D$ 数据(圆柱体)

$D/\text{cm}$	$l/\text{cm}$	$\overline{\delta x}/\text{cm}$	$\overline{\theta_s}/(^{\circ})$
5.91	3.02	15.4	5.1
7.94	3.01	24.6	11.2
9.98	3.03	42.3	14.5
11.81	3.02	67.6	18.3
14.87	3.00	40.5	13.6

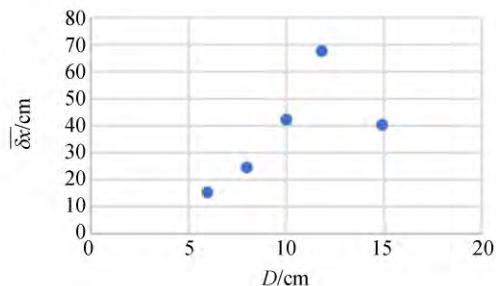
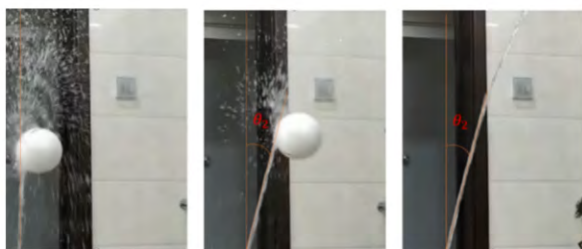


图 12  $\overline{\delta x}$ 和  $D$  的关系(圆柱体)

2)球体

球的抵抗力稳定性实验如图 13 所示,测得 $\overline{\delta x}$ 和  $D$  如表 5 和图 14 所示,球体抵抗力稳定性在  $D=14.37\text{ cm}$  时最强.



(a)增大出射角 (b)临界角 (c)掉落

图 13 改变出射角(球体)

表 5  $\overline{\delta x}$ 和  $\overline{\theta_s}$ 与  $D$ 数据(球体)

$D/\text{cm}$	$\overline{\delta x}/\text{cm}$	$\overline{\theta_s}/(^{\circ})$
4.74	9.3	10.7
5.76	22.4	14.0
9.80	58.1	26.3
11.80	75.8	33.6
14.37	100.3	50.4
18.55	64.2	41.1

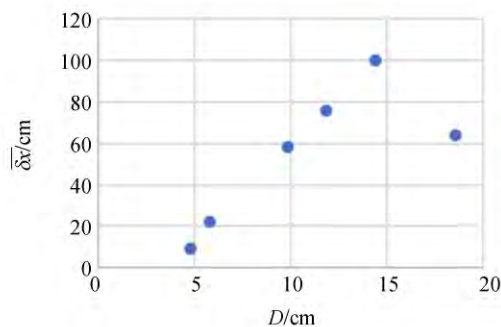


图 14  $\overline{\delta x}$ 和  $D$  的关系(球体)

3.1.2 恢复力稳定性

悬浮物经过瞬间扰动后,能重新回到悬浮状态,称其为恢复力稳定性.将砝码用轻质细线系在悬臂上,悬线长度  $L=1.000\text{ m}$ ,悬线与竖直方向夹角为  $5^{\circ}$ ,静止释放砝码撞击悬浮物侧面,若物体未掉落,则增大悬线与竖直方向的角度  $\theta_s$ ,步长  $5^{\circ}$ ,砝码储存的重力势能转化成的撞击能量增大,当释放角度增加到一定值时,物体被撞击后无法恢复到平衡状态,将此角度称为临界角度  $\theta_1$ .砝码释放角度与重力势能  $E_g$ 、撞击能量  $E_k$  的关系(忽略空气阻力影响)为

$$E_g = mgs \sin \theta_s, E_k = \eta E_g,$$

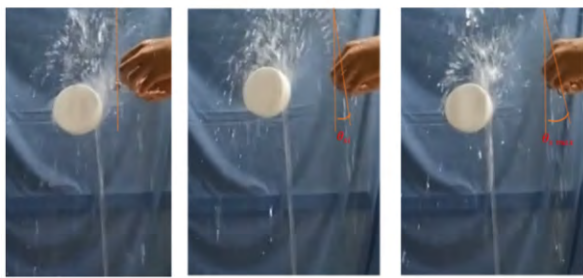
其中  $\eta$  可近似认为是常数,其与碰撞过程中能量损耗有关.

$$E_k = \eta mgs \sin \theta_s,$$

其中  $\theta_s \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$  时,  $E_k$  与  $\theta_s$  呈正相关.实验中取  $\theta_s$  的算数平均值  $\overline{\theta_s}$  作为衡量恢复力稳定性的标准.

1)圆柱体

圆柱体恢复力稳定性如图 15 所示,测得 $\overline{\theta_s}$ 和  $l$  如表 3 和图 16 所示,圆柱体恢复力稳定性在  $l=3.02\text{ cm}$  时最强.



(a) 静止 (b) 拉开砝码 (c) 临界释放角

图 15 砝码撞击(圆柱体)

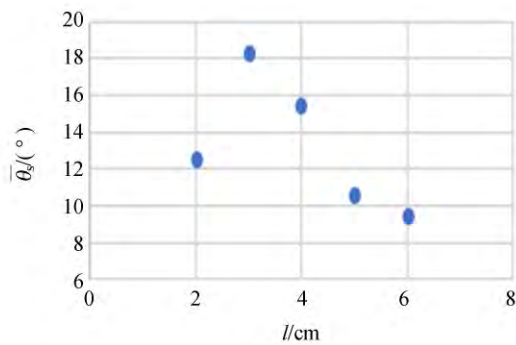


图 16  $\bar{\theta}_s$  和  $l$  的关系

测得 $\bar{\theta}_s$ 和  $D$  如表 4 和图 17 所示, 圆柱体恢复力稳定性在  $D=11.81$  cm 时最强.

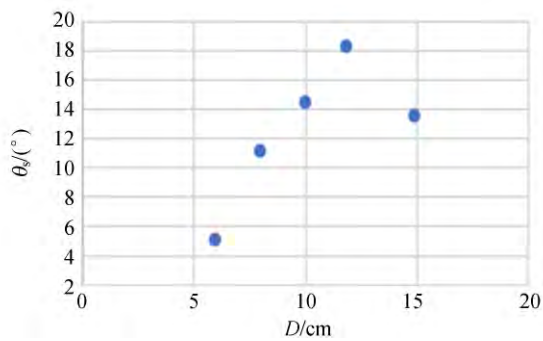


图 17  $\bar{\theta}_s$  和  $D$  的关系(圆柱体)

### 2) 球体

球体恢复力稳定性实验如图 18 所示, 测得 $\bar{\theta}_s$ 和  $D$  如表 5 和图 19 所示, 球体的恢复力稳定性在  $D=14.37$  cm 时最强, 直径偏离 14.37 cm 会导致稳定性下降. 对于直径相同的球体和圆柱体, 球体的恢复力稳定性更强.

对比 2 种稳定性的实验, 发现球体和圆柱体的抵抗力稳定性和恢复力稳定性具有一致性, 即抵抗力稳定性越强, 恢复力稳定性也越强, 则综合稳定性越强.



(a) 静止 (b) 拉开砝码 (c) 临界释放角

图 18 砝码撞击(球体)

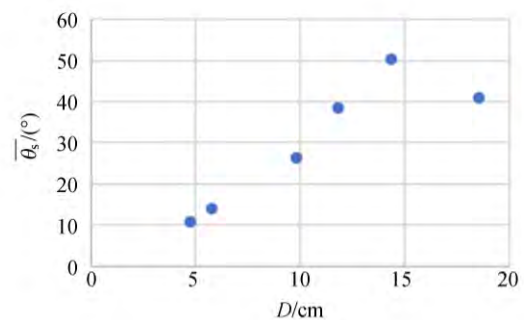


图 19  $\bar{\theta}_s$  和  $D$  的关系(球体)

## 3.2 稳定性的解释

圆柱体和球体在受到扰动后, 必然会发生竖直方向和水平方向的偏移, 侧面绕流产生的压强变化会给圆柱体水平方向的回复力, 水柱冲量的变化会给圆柱体竖直方向的回复力,

### 3.2.1 水平方向的回复力

伯努利方程适用于理想流体的稳定流动, 当圆柱体最终处于稳定悬浮的状态时, 其侧面的水流可以视为稳定流动:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = C, \quad (10)$$

式(10)中,  $C$  为常量, 将圆柱体拿掉时水柱的最高高度为  $h_0$ , 则

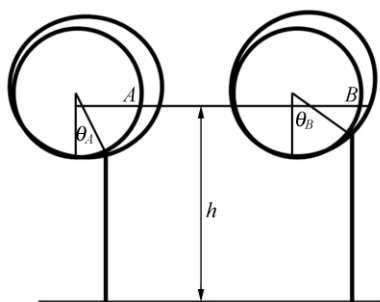
$$C = \rho gh_0, \quad (11)$$

对于同一圆柱体, 当其水平偏移量不同时, 受到的水平回复力大小也不同, 分为 2 类情况讨论:

图 20 表示水柱在不同时刻冲击圆柱体的点不同, 导致在圆柱体侧表面形成不同的绕流, (a) 和 (b) 情况都不是稳定情形, 由式(10)和(11)得:

$$p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho gh = \rho gh_0, \quad (12)$$

$$p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho gh = \rho gh_0, \quad (13)$$



(a)向左 (b)向右  
图 20 水平回复力

水柱到达  $A$  点和  $B$  点的能量损耗主要包括重力势能损耗、黏滞阻力损耗和转化为冲击力的损耗,重力势能损耗相同,黏滞阻力和转化冲击力损耗且都是点  $A$  大于点  $B$ ,所以剩余动能  $E_{kA} < E_{kB}$ ,则有  $v_A < v_B$ ,结合式(12)和(13)得

$$p_A > p_B. \quad (14)$$

考虑圆柱体侧面的总体压强分布结合大气压,最终得到压强梯度力方向向右,为

$$dF_A = [p_0 - (p_0 - p_A)]dS,$$

$$dF_B = [p_0 - (p_0 - p_B)]dS,$$

其中,  $F_A$  为图 20(a) 情况由压强分布产生的水平回复力

$$F_A = \int p_A dS,$$

$F_B$  为图 20(b) 情况由压强分布产生的水平回复力

$$F_B = \int p_B dS,$$

结合式(14)得到:

$$F_A < F_B, \quad (15)$$

$F_A$  和  $F_B$  方向向右,形象地说,在一定范围内,偏心角越大,圆柱体受到被水柱吸附的力越大.

再考虑冲击力沿水平方向的分力,由式(4),得到冲击力  $F_1$  的表达式,此时偏心角  $\theta$  是时变的:

$$F_1 = 2g\rho_w\pi^2 R_l^4 \cos\theta \sqrt{(h_0-h)h_0},$$

冲击力沿水平方向的分力  $F_{1x}$  为

$$F_{1x} = g\rho_w\pi^2 R_l^4 \sin(2\theta) \sqrt{(h_0-h)h_0}.$$

再考虑图 20 中 2 种情况,  $F_{Ax}$  为图 20(a) 情况下冲击力沿水平方向的分力(起到的作用与回复力相反):

$$F_{Ax} = g\rho_w\pi^2 R_l^4 \sin(2\theta_A) \sqrt{(h_0-h)h_0},$$

$F_{Bx}$  为图 20(b) 情况下冲击力沿水平方向的分力:

$$F_{Bx} = g\rho_w\pi^2 R_l^4 \sin(2\theta_B) \sqrt{(h_0-h)h_0}.$$

由实验中测得的角度  $\theta \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ , 又因为  $\theta_A < \theta_B$ , 得到:

$$F_{Ax} > F_{Bx}, \quad (17)$$

结合式(15)和式(16)得到

$$F_{Axback} = F_A - F_{Ax} < 0 < F_B - F_{Bx} = F_{Bxback}. \quad (16)$$

图 20(a) 中偏心角较大,圆柱体受到的水平回复力向左,图 20(b) 圆柱体受到向右的水平回复力,由零点存在定理,一定存在让圆柱体刚好达到平衡的点,不受回复力,即  $\exists \theta \in (\theta_A, \theta_B)$ , 使

$$F(\theta)_{xback} = 0.$$

### 3.2.2 竖直方向的回复力

由式(4)得到冲击力  $F_1$  沿竖直方向的分力

$$F_{1y} = 2g\rho_w\pi^2 R_l^4 \cos^2\theta_0 \sqrt{(h_0-h)h_0},$$

$h$  表示实时的悬浮高度,是时变量.  $F_{Ay}$  为图 21(a) 情况下冲击力沿竖直方向的分力:

$$F_{Ay} = 2g\rho_w\pi^2 R_l^4 \cos^2\theta_0 \sqrt{(h_0-h_A)h_0},$$

$F_{By}$  为图 21(b) 情况下冲击力沿竖直方向的分力

$$F_{By} = 2g\rho_w\pi^2 R_l^4 \cos^2\theta_0 \sqrt{(h_0-h_B)h_0}.$$

显然  $F_{Ay} < F_{By}$ . 图 21(a) 中竖直回复力为  $F_{Ayback}$ , 方向向下:

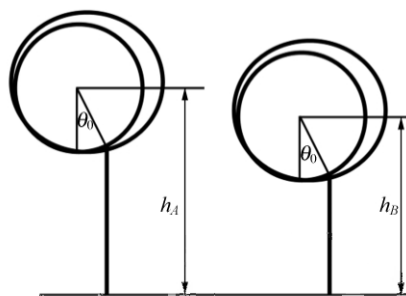
$$F_{Ayback} = F_{Ay} - G < 0;$$

图 21(b) 中竖直回复力为  $F_{Byback}$ , 方向向上:

$$F_{Byback} = F_{By} - G > 0,$$

由零点存在定理,一定存在使圆柱体刚好达到平衡的点,不受回复力,即  $\exists h \in (h_A, h_B)$ , 使

$$F(h)_{yback} = 0.$$



(a)向下 (b)向上  
图 21 竖直回复力

### 3.2.3 势能最低点

势能最低点  $(\theta, h)$ , 其物理含义是圆柱体受到

扰动后所趋向的点。数值模拟使用迭代试探的方法,得到圆柱体稳定时的悬浮高度和转速。对于受到扰动后的圆柱体,其周身水流速度场是时变的,所以无法求出势能最低点的具体位置。但是不影响理论上存在势能最低点,此点的存在对圆柱体受到扰动后能回归稳定点提供了合理解释。

如图 22 所示,对于抵抗力稳定性和恢复力稳定性的一致性,也可以从势能的角度解释,由于势能最低点 $(\theta, h)$ 的存在,并且势能曲线是连续的,导致势能曲线存在低谷区,谷的深度与势能最小值 $U(\theta, h)$ 负相关,悬浮时的势能最小值越小,谷越深。物体掉落后,其势能为外部环境的势能,即从峰顶掉落到外侧的平直的势能曲线上。

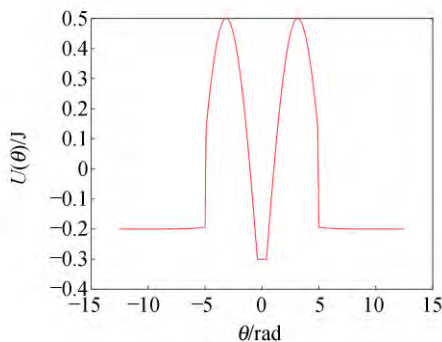


图 22 势能曲线图(定性)

为了理解方便,可以类比谷底有一小球,抵抗力稳定性的实验是不断增大射流偏转角,等同于势能最低点不断变大,即谷底缓慢抬升,如图 23 所示,当谷底上升到超过峰顶后,悬浮物掉落到外界环境中。

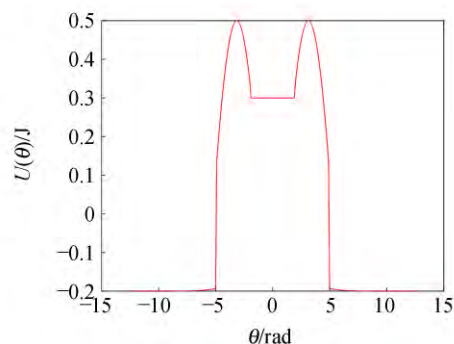


图 23 势能最低点的抬升

恢复力稳定性实验是对小球进行撞击,而整个悬浮系统是不变的,所以谷底的深度不变,而是把小球缓慢地从谷底拉到峰顶,小球到达封顶后,即悬浮物掉落到外界环境中。所以谷底的初始深度越深,悬浮物的抵抗力稳定性和恢复力稳定性都越大,论证了抵抗力稳定性和恢复力稳定性具有一致性。

## 4 结 论

定解了圆柱体绕流的流速场,求出圆柱体的理论悬浮高度和理论转速,实验与理论符合程度良好。探讨了悬浮物体的稳定性,研究了影响球体和圆柱体稳定性的因素,实验结果表明:转速与厚度 $l$ 、直径 $D$ 呈正相关,悬浮高度与厚度 $l$ 、直径 $D$ 呈负相关,对于泡沫材质的圆柱体,抵抗力和恢复力稳定性具有一致性,其在 $l=3.02\text{ cm}$ , $D=11.81\text{ cm}$ 时稳定性最强。对于泡沫材质的球体,抵抗力和恢复力稳定性也具有一致性,在 $D=14.37\text{ cm}$ 时最强,直径相同的球体比圆柱体恢复力稳定性强。

## 参考文献:

- [1] 张媛媛,段天英,陈树明,等. 液体悬浮式非能动棒控制系统研究与设计[J]. 仪器仪表用户, 2020, 27(5): 1-4.
- [2] 袁浩然,匡波,刘鹏飞,等. 液体悬浮式非能动停堆组件落棒分析程序的试验验证[J]. 应用科技, 2019, 46(6): 1-6.
- [3] 张鸣远. 流体力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010: 1-230.
- [4] 侯国祥. 流体力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2015: 1-225.
- [5] 王洪伟. 我所理解的流体力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014: 123-186.
- [6] 周新,张伟,崔鸿. 生态系统的抵抗力和恢复力稳定性[J]. 生物学教学, 2014, 39(4): 4-5.
- [7] 李轩,李大帅,王俊杰,等. 倾斜变截面管理理想流体喷射模型的构建[J]. 物理实验, 2018, 38(5): 52-55.

(下转 58 页)



## Determination of electromotive force and internal resistance from the perspective of core literacy

GUAN Jian-bo<sup>1</sup>, ZHANG Ju-yan<sup>2</sup>

(1. Kunming No. 14 Middle School, Kunming 650106, China;

2. Shilin No. 1 Middle School, Lufu 652200, China)

**Abstract:** Taking the determination of electromotive force and internal resistance as an example, the analysis and research ideas of physics experiment from the perspective of core literacy were expounded. The physical concepts should be established in life situations, scientific thinking should be cultivated under the guidance of experiment principles, scientific inquiry ability should be cultivated through searching for equivalent power supply, and scientific attitude and responsibility should be cultivated by revising experiment.

**Key words:** core literacy; voltmeter-ammeter method; electromotive force; internal resistance

[责任编辑:任德香]

(上接 53 页)

## Fluid suspension and its stability

LIU Kai-ming, ZHOU Ya-jie, ZHAO Shu-min, WANG Hong-li

(School of Physics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** The phenomenon of the floating of cylinder and sphere in jet column was studied. Using the Navier-Stokes equations, the boundary layer theory, etc., the flow around cylinder profile was modeled and the velocity field of the water and air flow, the pressure gradient force, the viscous torque and so on were calculated numerically. A balance equation was established to solve the stability of the steady suspension height and rotational speed. The results showed that the steady suspension height and rotation velocity of the object were approximately quadratic functions of the cylinder diameter. Through the control variable method, the stability of the suspended object was explored and found that it was affected by the thickness, the diameter, and the shape of the object.

**Key words:** light object; free jet column; suspension height; steady state rotational velocity; stability

[责任编辑:郭 伟]