文章编号:1005-4642(2021)07-0058-06

测量液体表面张力系数实验中液膜断裂点问题的讨论

方 正¹,王奕贤¹,孙锦栋¹,黄泽淇¹,张雅男²,杨 迎¹,芮云军¹

(1. 南京工业大学 数理科学学院,江苏 南京 211816;

2. 南京信息工程大学 工程训练中心,江苏 南京 210044)

摘 要:液膜拉起过程中,选择采用力敏传感器的电压最大值还是断裂时的电压瞬间值来测定液体表面张力系数一 直被讨论.本文设计了测定张力系数实验,发现采用电压瞬间值测定时,必须考虑断裂点处液膜直径的减小量;而采用 电压最大值测定时,液膜的自身重力对表面张力系数影响非常大,计算公式需修正.通过对实验数据、受力分析及断裂 点问题的讨论,得出采用这2种方法的计算都可行的结论,但采用电压最大值及颈缩后直径进行计算,实验结果更准确, 且实验操作性更强,测试更稳定.

液体表面存在着张力,趋向于将液体表面收 缩为球形,表面张力系数是表征张力大小的重要 参量. 表面张力在船舶制造、水利学、化学化工、 凝聚态物理中都有广泛应用,因此测量液体表面 张力系数具有重要的现实意义. 表面张力系数有 很多测量方法,如拉脱法、毛细管法、滴重法、气泡 法等[1-4],其中拉脱法是通过拉升吊环下的液膜直 至断裂,从而测量液体表面张力系数的方法.现 在更多采用力敏传感器实时记录吊环受力,从而 计算出表面张力系数.相比传统的约利弹簧秤, 力敏传感器读数方便,测量更可靠[1].为了提高 实验精度,人们对拉脱法实验仪器进行了很多研 究,如金属丝形状、吊环的直径、拉升速度等[5-9]. 但在实验过程中,测量点的选取非常重要,关系到 实验结果的精确程度以及对物理概念的理解^[10-11]. 王美玉等人采用液膜拉断前电压表读数的最大值 做为测量点,得到的表面张力系数误差为2. 7%[12]. 郑经学等人也认为读取吊环上升过程中数 字电压表显示的最大值使实验的数据测量更为准 确^[13].另一些研究者则认为最佳读数的选取点,应 为断裂时瞬间的电压值,而不是拉断前出现的最大 电压值^[14-16].为什么会出现 2 种不同的观点?究 竟选择电压"最大值"还是断裂前的"瞬间值",大学 物理实验过程中,学生常常有这样的疑问.以拉环 放置不水平,表面不干净的解释已经无法让学生信 服^[17-18].为此,笔者自制不同直径的吊环,设计实 验方案,对液膜断裂点问题进行了探究.

1 理论分析

吊环从拉出液膜到液膜断裂的过程中,力敏 传感器输出电压的数值经历从小变大再变小的过 程^[12].图1给出了该过程中吊环受力和液膜形状 变化的示意图.吊环脱离液面时将拉出一段液 膜,此时吊环所受合外力为

 $F = m_{\pi} g + m_{\mathbb{R}} g + 2f_{A}\cos\theta$, (1) 式中, $m_{\mathbb{R}} g$ 为液膜重力, $m_{\pi} g$ 为吊环重力, f_{A} 为 表面张力,由于液膜内、外表面都存在 f_{A} ,所以有 系数 2; θ 是液面与金属吊环的接触角.

随着液面高度逐渐下降,吊环拉出的液膜 $(m_{\mathbb{R}} g)$ 变多, θ 则减小,由式(1)可知,吊环拉力F变大,直至达到最大 F_{\max} ,此时 θ =0[图1(b)],有 $F_{\max} = m_{\mathbb{R}} g + m_{\mathbb{R}} g + 2f_{A}$, (2)

收稿日期:2021-04-08;修改日期:2021-05-21

基金项目:国家自然科学青年基金项目(No. 61704079);江苏省大学生创新训练计划(No. 202110291227Y);南京工业大学教改研究项目(No. 2020SL0522) 作者简介:方 正(1999-),男,江苏徐州人,南京工业大学数理科学学院 2017 级本科生. E-mail: 2006170210@njtech. edu. cn 通讯作者:芮云军(1977-),男,江苏丹阳人,南京工业大学数理科学学院副教授,博士,研究方向为硅 基纳米材料的制备与应用. E-mail;yjrui@njtech. edu. cn



图 1 液膜拉伸过程示意图

继续下降液面高度,在重力和分子内聚力的 作用下,液膜的体积和形状将发生显著变化,液膜 剖面从鞍面型逐渐变成双曲面型[图 1(c)]^[15]. 内、外 2 个双曲面的顶点处液膜将逐渐变薄,直至 液膜断裂[图 1(d)].为了便于分析,将拉出的液 膜质量分成 m_1 和 m_2 上下 2 部分.将吊环与上半 部分液膜(m_1)作为整体,该整体受到的表面张 力,作用点在液膜最薄处,表示为 f_B ,如图 1(c)所 示.很显然,液膜变薄过程中, f_B 保持不变,作用 力的方向也始终竖直向下,但是上半部分液膜质 量将从 m_1 逐渐减小到 m_1 ['],所以吊环拉力F也渐 渐减小.在断裂瞬间[图 1(d)],有

$$F_{\rm theta} = m_{\rm FR} g + m_1' g + 2f_{\rm B}, \qquad (3)$$

此时的液膜 *m*1[′]将停留在吊环上,如图 1(e)所示. 所以拉断后,吊环所受拉力为吊环重力与残留液 膜重力之和.

$$F_{\text{the final}} = m_{\text{the final}} g + m_1' g , \qquad (4)$$

很显然,对比式(3)和(4),液膜断裂前、后的拉力 之差为 $2f_B$,这正是液膜断裂点的表面张力,计算 出的表面张力系数是准确的.同样,对比式(2)和 (4),吊环拉力之差为 $2f_A+(m_{ij}-m_1')g$,此差值 中除了有表面张力外,还包含一部分液膜重力,所 以计算出的表面张力系数数值将明显偏大.因此 文献中普遍采用液膜断裂点来计算表面张力系 数^[14-16].

值得注意的是,图 1(c)中的 f_A 表示液体与 金属环接触处附近的表面张力, f_B 表示液膜最薄 处的表面张力,两者都是液体在空气界面处的表 面张力,所以 $f_A = f_B$. 采用整体法,将吊环与 m_1 整体作为研究对象, f_B 为该整体受到竖直向下的 外力,而 f_A 则为内力,无论其角度 θ 如何变化,与 吊环拉力 F 无关.

由此,表面张力 f 用电压来表示,为

 $f = F_{\text{min}} - F_{\text{min}} = (U_{\text{min}} - U_{\text{min}})/K,$

K为力敏传感器灵敏度,通过定标来确定^[14]. 吊 环的内、外周长之和为 $\pi(d_1+d_2)$, d_1 和 d_2 为吊 环的内、外直径. 用 $\overline{d} = (d_1+d_2)/2$ 表示其平均 直径,所以表面张力系数可表示为

$$\alpha = \frac{U_{\min} - U_{\min}}{2K\pi \overline{d}}.$$
(5)

2 实验结果与讨论

2.1 基于 U_{max} 与 U_{min} 的表面张力系数比较

图 2 是 WBM-1A 拉脱法液体表面张力实验 仪,用来测定纯净水的表面张力系数. 实验时采 用标准吊环的内、外径分别为 $d_1 = 33.10 \text{ mm}$, $d_2 = 33.10 \text{ mm}$, $d_3 = 33.10 \text{ mm}$, $d_4 = 33.10 \text{ mm}$, $d_5 =$ =34.96 mm,平均直径为 $\bar{d}=34.03 \text{ mm}$,平均周 长为 $\pi d = 106.88$ mm. 该标准环拉出的水膜高度 与力敏传感器电压读数之间的关系,如图 3 所示. 可以看出,随着水膜高度的增加,吊环拉力逐渐增 加到最大(图中 U_{max} 表示),然后慢慢减小,直至水 膜断裂^[16].图中U_{断前}和U_{断后}分别表示水膜断裂 时和断裂后的瞬时电压值. 吊环的受力变化情况 与之前理论分析一致.为了进行比较,自制了 4 个金属铜导线吊环,其平均周长分别为 126.1, 105.5,78.2,57.4 mm,它们在拉脱过程中的情况 与标准环相似,如图4所示.由此得到每个吊环 测量时的电压最大值,断裂瞬间值和拉断后的电 压值,见表 1. 通过式(5)计算出水的表面张力系 数 α_2 及其误差. 表 1 中也给出了采用电压最大 值时,即将式(5)中的 U_{min} 替换为 U_{max} ,计算可得 水的表面张力系数 α1 及其误差.测量前,定标得 到力敏系数为 K = 5.302 V/N. 实验时室温为 18 ℃,查表得到表面张力系数的标准值为 73.05×10⁻³ N/m.



图 2 实验设备



图 3 水膜拉升高度与传感器电压值之间的关系



图 4 5 个吊环拉升水膜的高度与电压值的关系

对于标准环,可以发现,采用电压最大值计算 得到的表面张力系数 $\alpha_1 = 87.2 \times 10^{-3}$ N/m,与标 准值相对偏差为19.4%. 而采用水膜断裂瞬间值 计算得到的 $\alpha_2 = 72.0 \times 10^{-3}$ N/m,相对偏差仅为 -1.4%,两者差别非常大. 电压最大值计算得到 的水的表面张力系数,比采用水膜断裂瞬间值计 算得到的数值大很多,即 $\alpha_1 > \alpha_2$. 对于其他不同 周长的圆环也都有相同的结论.即如前面理论分 析所述,是由于 $(m_{eeeee} - m_1)g$ 所致,这里得到了实 验验证. 所以,正如多数文献中提到的,采用断裂 点计算得到的 α_2 更加接近标准值,误差更 $/ [14^{-18}]$

C/mm	$U_{ m max}/{ m V}$	$U_{ m I\!I\!I}/{ m V}$	$U_{ m theta}/{ m V}$ $_{lpha_1}/{ m V}$	$(10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1})$	E_{lpha_1}	$\alpha_2/(10^{-3}\mathrm{N}{f \cdot}\mathrm{m}^{-1})$	$E_{\scriptscriptstyle lpha_2}$
106.88	0.440 5	0.423 3	0.341 7	87.2	19.4%	72.0	-1.4%
126.1	0.556 4	0.530 6	0.428 0	96.1	31.5%	76.7	4.9%
105.5	0.499 8	0.475 3	0.394 8	93.9	28.5%	71.9	1.5%
78.2	0.414 1	0.392 2	0.340 7	88.5	21.1%	62.1	-14.9%
57.4	0.353 9	0.335 6	0.303 2	83.3	14.0%	53.3	-27.0%

表1 采用电压最大值和水膜断裂瞬间值计算得到的表面张力系数及其误差

2.2 基于 U_{断前}的表面张力系数修正

实验发现,采用断裂点计算的表面张力系数 α2,随着吊环周长的减小而不断减小.对于 126.1 mm周长的吊环,得到 $\alpha_2 = 76.7 \times 10^{-3}$ N/ m,对于 57.4 mm 周长的吊环, $\alpha_2 = 53.3 \times$ 10⁻³ N/m,表面张力系数减小了约 1/3. 表面张 力系数的测量值是否与吊环尺寸有关?笔者因此 对实验测量进行更为系统的研究^[7-8].

经过对比标准环(\overline{d} = 34.03 mm)与自制环 $(\overline{d}=40.1 \text{ mm})$ 拉出的水膜在断裂处的圆周直径 相较于吊环直径明显变小. 经过测量,标准环对 应的水膜断裂处直径为 33.1 mm. 同样对于自制 环水膜断裂处的直径也都减小.如表2所示,对 于直径为 33.4 mm 和 18.1 mm 的吊环,水膜最 细处直径是对应吊环直径的 93%和 79%. 可以 看出,随着自制环直径的减小,水膜断裂时的直径 减小程度逐渐增大.

图 5 给出了水膜直径变小示意图. 吊环拉出 的水膜,其内表面、外表面都是双曲面,但不对 称^[18]. 一般而言,外表面的曲率半径较小,而内 表面的曲率半径较大,2个曲面顶点处的位置(图 5 中 M 和 N 所示)将偏离吊环内、外径的平均值 

图 5 水膜直径变小示意图

表 2 环直径与水膜断裂处直径的比较以及 修正后的表面张力系数

C/mm	\bar{d}/mm	$d_{\rm IF}/{ m mm}$	$d_{ m ff}/\overline{d}$	${\alpha_2}'/$ (10 ⁻³ N • m ⁻¹)	E_{a_2}
106.88	34.03	33.1	0.97	73.9	1.2%
126.1	40.1	38.3	0.95	81.1	9.8%
105.5	33.4	31.0	0.93	77.5	6.6%
78.2	24.8	22.4	0.90	68.7	-5.8%
57.4	18.1	14.3	0.79	67.5	-7.5%

根据上述分析,水膜在断裂处的直径明显小 于吊环直径,所以将断裂处水膜的直径 $d_{\rm m}$ 代入 式(5)才合理,修正后的表面张力系数 α_2 '将大于 修正前的 α_2 .如标准环,表面张力系数由 $\alpha_2 =$ 72.0×10⁻³ N/m增加到 α_2 '=73.9×10⁻³ N/m. 对于标准环,断裂点水膜直径收缩很小,即 $d_{\rm m}/d=0.97$,所以其 α_2 及 $\alpha_{2\chiz}$ 变化都很小.但对于 自制吊环,修正后的 α_2 '误差有的变大,有的减小. 可见,仅仅考虑断裂处水膜直径的变小修正 α_2 '是 不全面的,误差还有其他来源.

因为水膜断裂的瞬间很难确定,图 1(d) 表示水膜断裂瞬间的形状,此时的拉力由图 3 中 的 U_{断前}表示.但在实际操作中,两者不能对应. 水膜断裂是电压陡降的过程,非常迅速,电压表无 法显示.所以实际记录的 U_{断前}对应图 1(c)的水 膜形状,此时拉力 F 明显大于 U_{stm} .因此,由式 (5)可知,采用水膜断裂"瞬间值"计算的表面张力 系数比实际断裂点(理论值)大.对于 105.5 mm 的吊环,其 $\alpha_2' = 77.5 \times 10^{-3}$ N/m,比理论值大 6.6%.另一方面,对于尺寸较小的吊环,如图 7 所示,水膜的内表面将连接在一起,只有外表面的 表面张力起作用,但在计算公式中,仍以 $2\pi d$ 代 入式(5)中,所以表面张力系数的计算值偏小.标 准环的尺寸适中,环壁很薄,所以图 1(c)与图 1 (d)水膜形状近似相同,实际测量的 F 等于 U_{stm} , 因此计算得到的 α_2 误差很小.可见,选用水膜断 裂点计算的表面张力系数的影响因素很多,实际 断裂点的瞬间位置、吊环尺寸、吊环厚薄等都是需 要考虑的因素^[7,10,17].



(a)水膜断裂照片





图 6 小尺寸吊环(直径 18.1 mm)拉出水膜断裂瞬间 的形状照片和内、外液膜示意图

2.3 基于 U_{max}表面张力系数的修正

相比较水膜断裂点,在电压最大值处,考虑水 膜重力情况下,进行表面张力系数的计算,其误差 要小很多^[11].表3为最大电压处[图1(b)]计算 得到的水膜重力和修正后的表面张力系数.根据 上面理论分析和实验验证,得知采用电压最大值 计算的表面张力系数比理论值大(m_{ik} - m₁')g. 水膜的高度由图4给出,从而可以计算出每个吊 环下面拉出的水膜重力.断裂后残留水膜的质量

采用隔离法,对电压最大值处的水膜进行受

力分析. 图 7 中虚线将水膜分成 2 部分,吊环正 下方的水膜由于水分子相互吸引力附加在拉力 F_{max} 中,而另一部分水膜的重力 m'g,与 $2f_A$ 以及 水膜与液面处的表面张力 $2f_{c}\cos\beta$,三者形成平 衡状态,即受力分析与水膜断裂时[图 1(d)] m_2' 的受力相似. 所以计算水膜的重力仅仅需要考虑 吊环正下方的重力即可^[20]. 另外,电压最大值处 的水膜稳定性最好,拉升高度 h 容易测量. 对于 尺寸较小的吊环($\pi d = 78.2 \text{ mm}$),电压最大值 处,水膜的内表面没有连接在一起,仍然与液体表 面接触良好,所以测量的误差也较小($E_{a_1'} =$ 3.9%). 但是对于特别小的吊环($\pi d =$ 57.4 mm),水膜的内表面连接在一起,其表面张 力系数明显偏小.

表 3 考虑水膜重力用最大电压处修正后的表面张力系数

C/mm	$U_{ m max}\!-\!U_{ m ffn}/{ m V}$	h/mm	$m_{ar{ m B}}/{ m g}$	$m_1{}^\prime/{ m g}$	$\Delta U_{ij}/V$	$rac{\Delta U_{ m B}}{U_{ m max}-U_{ m F}}$	$\alpha_1'/(10^{-3}\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1})$	$E_{\scriptscriptstyle lpha_1}$ '
106.88	0.099	3.0	0.32	0.02	0.016	15.8%	73.5	0.6%
126.1	0.128	4.5	0.56	0.026	0.028	21.9%	75.0	2.7%
105.5	0.105	3.9	0.41	0.025	0.020	19.1%	75.9	2.9%
78.2	0.074	3.0	0.23	0.014	0.011	15.6%	74.7	3.9%
57.4	0.051	3.0	0.17	0.013	0.008	16.3%	69.7	-4.5%



图 7 最大电压处水膜受力分析图

3 结束语

本文讨论了表面张力系数测定中的液膜断裂 点问题.通过完整的液膜拉升过程的受力分析和 实验验证,找到误差来源.对电压最大值点,必须 考虑液膜自身重力,由此得到的表面张力系数修 正值与理论值的误差较小.对于液膜断裂的瞬间 值,则必须考虑液膜断裂处的直径收缩,从而对表 面张力系数也要进行修正.虽然此时液膜受力的 物理图像清晰,但是由于实际操作中,断裂点的电 压读数非常困难,所得结果误差较大.

参考文献:

- [1] Tang L, Liu G N, Qian J, et al. Discussion on the measurement of the surface tension coefficient by the pull-off method [J]. European Journal of Physics, 2016,37(2):025801.
- [2] 王本阳,毛晓芹,刘一,等. 基于光纤拉力传感器测 量液体表面张力系数[J]. 物理实验, 2020,40(7): 16-18.
- [3] Riba J R, Esteban B. A simple laboratory experiment to measure the surface tension of a liquid in contact with air [J]. European Journal of Physics, 2014,35(5):055003.

- [4] 李文华,王槿,文小青,等. 基础实验题 A:液体的表面 张力系数测量[J]. 物理实验,2019,39(10):31-36.
- [5] 江瑞琴,魏纪鹏. 也谈金属丝的形状对液体表面张力 系数测定的影响[J]. 物理实验,1998,18(2);46-48.
- [6] 贺梅英,黄沛天,徐学翔. 对 FD-NST-I型液体表面 张力系数测定仪附件吊环改进的设计[J]. 大学物 理实验,2008,21(1):62-63.
- [7] 焦丽凤,陆申龙. 用力敏传感器测量液体表面张力 系[J]. 物理实验,2002,22(7):40-42.
- [8] 王国余,张欣. 液体表面张力系数测定[J]. 传感器 技术,2003,22(7):52-54.
- [9] 刘升光,王艳辉,牟宗信,等. 拉脱法测液体表面张 力系数中的动态演化过程[J]. 物理实验,2017,37 (5):12-15.
- [10] 祝桂芝,卢湛铓.用拉脱法测定液体表面张力系数 实验中被忽视的一种错误[J].物理实验,1989,9 (4):148-150.
- [11] 杨宁选,王雪燕,曹海宾.用力敏传感器测液体表 面张力系数的不确定度分析及影响因素分析[J].
 大学物理实验,2016,29(6):113-116.
- [12] 王美玉,赵秀英,白彦魁,等. 有关液体表面张力系 数测定实验中的现象研究[J]. 大学物理实验,

2020,33(2):56-59.

- [13] 郑经学,冷雪松,王天前,等.液体表面张力系数测量的分析[J].大学物理实验,2017,30(5):74-77.
- [14] 杨亮,朱瑜,左安友. 力敏传感器电压测量值最佳
 读数时间的探究[J]. 大学物理实验,2012,25(5):
 4-6.
- [15] 秦颖,王茂仁,林国强,等.提高液体表面张力系数 测量准确度的方法[J].物理与工程,2010,20(1): 37-39.
- [16] 冷雪松,王画华,王开明.基于力敏传感器测量的 液体表面张力系数[J].辽宁科技大学学报,2008, 31(5):466-469.
- [17] 夏思淝,刘东红,孙建刚,等.用力敏传感器测液体 表面张力系数的误差分析[J].物理实验,2003,23 (7):39-43.
- [18] 秦平力,余雪里,张昱. 拉脱法测量液体表面张力 系数实验中影响实验误差的因素及几个被忽略问 题[J]. 大学物理实验,2019,32(4):92-95.
- [19] 李艳琴.磁性液体磁表面张力测试及其液膜拉脱 过程受力分析[J].物理实验,2014,34(7):37-41.
- [20] 林仁荣,邱祖强,陈丽敏,等. 拉脱法测量液体表面 张力系数的改进[J]. 大学物理,2017,36(2):39-42.

Discussion on the liquid film breaking point in the determination of surface tension coefficient of liquid

FANG Zheng¹, WANG Yi-xian¹, SUN Jin-dong¹, HUANG Ze-qi¹, ZHANG Ya-nan², YANG Ying¹, RUI Yun-jun¹

(1. School of Mathematical and Physical Sciences, Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China;

2. Engineering Training Center, Nanjing University of Information Science & Technology,

Nanjing 210044, China)

Abstract: In the process of pulling up the liquid film, it has been discussed to choose the maximum voltage of the force sensor or the instant value of the voltage at the time of breaking to determine the surface tension coefficient of the liquid. In this paper, a new experiment for measuring the tension coefficient was designed. It was found that the decrease of the liquid film diameter at the breaking point must be considered when the voltage instantaneous value was used. When the maximum value of the voltage was used for measurement, the own gravity of the liquid film had a great influence on the surface tension coefficient, and the calculation formula needed to be revised. Based on the discussion of experimental data, force analysis and the problem of breaking point, it was concluded that the calculations using these two methods were both feasible. However, the calculation for using the maximum value of the voltage and the diameter after necking was more accurate, and the experimental was more operable and stable.

 Key words: surface tension coefficient; breaking point; maximum voltage; breaking instantaneous

 voltage; liquid film diameter; liqid film gravity

 [责任编辑:郭 伟]