

文章编号:1005-4642(2021)09-0018-05

相干态的海森堡不确定关系验证实验

蒋佳彤,陈煜,陈鑫,吴媛,尹亚玲,陈丽清

(华东师范大学物理与电子科学学院物理实验教学中心,上海 200241)

摘要:由于量子理论和实验的微观特性,导致海森堡不确定性原理的实验验证十分困难.针对这一问题,本文从光量子化入手,介绍了量子正交算符的海森堡不确定关系,通过平衡零拍技术探测了量子正交算符的方差,验证海森堡不确定性原理.实验结果表明:光场正交算符在相干态中具有最小不确定关系.通过该实验,学生在掌握海森堡不确定性原理的同时,了解量子实验技术,为深入开展量子技术研究奠定了基础.

关键词:量子力学;海森堡不确定关系;正交算符;相干态;平衡零拍探测

中图分类号:O413.1

文献标识码:A

DOI:10.19655/j.cnki.1005-4642.2021.09.003

作为支撑现代物理学的基础理论之一,量子力学主要研究微观世界的存在形式和运动规律,在物理前沿问题的研究中不可或缺^[1].然而,量子力学内容抽象,数学推导过程繁杂,而且相关实验现象不易在现实生活中直接观测到,导致量子力学在本科教学中仍停留在理论讲授阶段,缺乏生动形象的实验验证帮助学生理解相关理论^[2].因此,在本科教学中填补量子实验技术将显得极为迫切.

海森堡不确定性原理是量子理论的重要基础,在量子力学的教学中占有很重要的地位.海森堡不确定性原理是指 1 对正则共轭变量的数值不可能同时被准确地测量^[3].例如:动量和位置就是 1 对正则共轭变量,因此,描述微观粒子的坐标和相应动量时不可能同时具有确定值,即: $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$.其中, Δx 为位置 x 的标准差, Δp 为动量 p 的标准差, \hbar 是普朗克常量.由于 \hbar 是非常小的量,从而导致不确定性原理无法直观地在日常生活中观测到^[4].近年来,伴随着引力波探测等量子精密测量技术的蓬勃发展^[5],使得以海森堡不确定性原理为基础的高精度测量技术成为

研究热点,并在距离测量^[6]、角速度测量^[7]以及磁场测量^[8]等方面取得了显著成果.因此,学习海森堡不确定性原理对本科生认识并了解高精度测量技术是很有必要的.

在量子理论中,量子化光场常用量子正交算符进行表示.量子正交算符包含振幅算符和相位算符,且满足不确定性关系^[5].光的量子正交算符在相干态中具有最小不确定关系.相干态是目前最接近经典极限的光场,在量子实验中被广泛使用.本文利用相干光源,结合平衡零拍探测技术,验证了相干态是最小测不准态.该实验研究使本科生在掌握量子物理基本原理及相关实验技术的同时,了解了前沿科学技术发展,提升自身适应现代科学技术高速发展的科学思维能力、创造创新能力和理论联系实际等能力,为创新型人才的培养奠定了基础.

1 海森堡不确定性原理

在量子力学中,对于任意可观测量算符 \hat{A} 和 \hat{B} ,当其对立易关系满足 $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \neq 0$ 时, \hat{A} 和 \hat{B} 不可能同时具有确定值.这意味着 \hat{A} 和 \hat{B} 测量结果的偏差,即方差,满足不确定性关系^[9]

收稿日期:2021-06-07;**修改日期:**2021-08-10

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 11874152);上海市教育委员会科研创新计划重大项目(No. 2021-01-07-00-08-E00099);上海市科技英才杨帆计划资助(No. 19YF1414300)

作者简介:蒋佳彤(2001—),女,河南平顶山人,华东师范大学物理与电子科学学院 2019 级本科生. E-mail:3182542535@qq.com

通讯作者:吴媛(1987—),女,河南南阳人,华东师范大学物理与电子科学学院工程师,博士,主要研究方向为量子精密测量. E-mail:ywu@phy.ecnu.edu.cn
陈丽清(1979—),女,安徽安庆人,华东师范大学物理与电子科学学院教授,博士,主要研究方向为量子精密测量. E-mail:lqchen@phy.ecnu.edu.cn



$$\langle(\Delta\hat{A})^2\rangle\langle(\Delta\hat{B})^2\rangle\geq\frac{1}{4}|\langle[\hat{A},\hat{B}]\rangle|^2, \quad (1)$$

其中, \hat{A} 和 \hat{B} 的方差分别为

$$\begin{aligned}\langle(\Delta\hat{A})^2\rangle&=\langle\hat{A}^2\rangle-\langle\hat{A}\rangle^2, \\ \langle(\Delta\hat{B})^2\rangle&=\langle\hat{B}^2\rangle-\langle\hat{B}\rangle^2.\end{aligned}$$

下面将根据式(1),通过光场量子化介绍正交算符并验证其不确定关系.

2 量子正交算符不确定关系的验证

光具有波粒二象性,经典哈密顿量表示为^[10]

$$H=\frac{1}{2}m\omega^2q^2+\frac{p^2}{2m}, \quad (2)$$

其中, m 是光子质量, q 是光子所处位置, p 是光子所具有的动量. 量子化后,经典哈密顿量中 q 和 p 可以换成哈密顿算符 \hat{q} 和 \hat{p} . 该算符满足对易关系:

$$\begin{aligned}[\hat{q},\hat{p}]&=i\hbar\neq 0, \\ [\hat{q},\hat{q}]&=[\hat{p},\hat{p}]=0.\end{aligned} \quad (3)$$

根据式(1)和式(3), \hat{q} 和 \hat{p} 的方差满足

$$\langle(\Delta\hat{q})^2\rangle\langle(\Delta\hat{p})^2\rangle\geq\frac{\hbar^2}{4}. \quad (4)$$

为了便于计算,将位置算符 \hat{q} 和动量算符 \hat{p} 变换为无量纲的正交算符^[11],即振幅算符 \hat{X} 和相位算符 \hat{Y} :

$$\hat{X}=\sqrt{\frac{2m\omega}{\hbar}}\hat{q},\hat{Y}=\sqrt{\frac{2}{m\hbar\omega}}\hat{p}, \quad (5)$$

其中

$$\hat{q}=\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}(\hat{a}^\dagger+\hat{a}),\hat{p}=i\sqrt{\frac{m\hbar\omega}{2}}(\hat{a}^\dagger-\hat{a}), \quad (6)$$

这里 \hat{a} 和 \hat{a}^\dagger 分别是光子的湮灭算符和产生算符,且满足对易关系:

$$[\hat{a},\hat{a}^\dagger]=\hat{a}\hat{a}^\dagger-\hat{a}^\dagger\hat{a}=1. \quad (7)$$

根据式(5)和式(6)可知:

$$\begin{aligned}\hat{X}&=\hat{a}^\dagger+\hat{a}, \\ \hat{Y}&=i(\hat{a}^\dagger-\hat{a}).\end{aligned} \quad (8)$$

根据式(4), \hat{X} 和 \hat{Y} 满足对易关系:

$$\begin{aligned}[\hat{X},\hat{Y}]&=2i\neq 0, \\ [\hat{X},\hat{X}]&=[\hat{Y},\hat{Y}]=0.\end{aligned} \quad (9)$$

根据式(1)和式(9), \hat{X} 和 \hat{Y} 的方差满足

$$\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle\langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle\geq 1. \quad (10)$$

由此可知,光的正交算符满足海森堡不确定关系. 其中, $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle\langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle=1$ 是不确定关系所能容许的最小值,此时 $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle$ 和 $\langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle$ 满足如图 1 所示的曲线.

对于相干态 $|\alpha\rangle$ 而言,其定义为光子湮灭算符 \hat{a} 的本征态,即 $\hat{a}|\alpha\rangle=\alpha|\alpha\rangle$. 因此,根据式(7)和式(8)可知, \hat{X} 的方差为

$$\begin{aligned}\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle&=\langle\hat{X}^2\rangle-\langle\hat{X}\rangle^2= \\ &=\langle\hat{a}^\dagger\hat{a}^\dagger+\hat{a}^\dagger\hat{a}+\hat{a}\hat{a}^\dagger+\hat{a}\hat{a}\rangle- \\ &=(\langle\hat{a}^\dagger\rangle+\langle\hat{a}\rangle)^2=1,\end{aligned} \quad (11)$$

\hat{Y} 的方差为

$$\langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle=\langle\hat{Y}^2\rangle-\langle\hat{Y}\rangle^2=1. \quad (12)$$

由此可见,相干态的正交算符的方差相同,并且满足最小测不准关系,因此图 1 中曲线上红色圆点即代表相干态,满足式(11)和式(12).

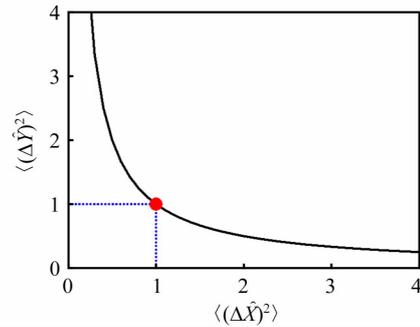


图 1 最小测不准态曲线

下面通过平衡零拍技术探测相干光的正交算符,验证相干态是最小测不准态,即 $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle=\langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle=1$.

3 量子正交算符的探测

在量子力学中,平衡零拍技术是测量光量子正交算符的重要技术手段. 其测量原理见图 2.

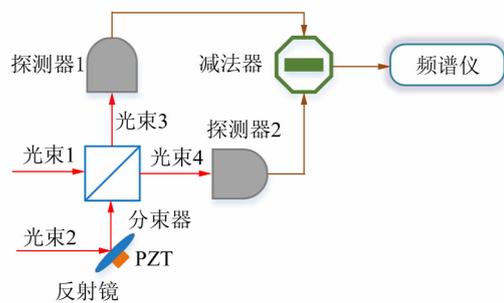


图 2 平衡零拍探测技术原理图

具体步骤如下:

1) 被测光束 1(量子算符为 \hat{a}) 和强的本地振荡光束 2(量子算符为 \hat{b}) 经过 50 : 50 分束器分束后,分为光束 3(量子算符为 \hat{c}) 和光束 4(量子算符为 \hat{d}),满足

$$\begin{aligned}\hat{c} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} - \hat{b}e^{i\theta}), \\ \hat{d} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} + \hat{b}e^{i\theta}),\end{aligned}\quad (13)$$

其中, θ 是光束 1 和光束 2 的相位差. 在图 2 中, 反射镜粘贴在压电陶瓷 PZT 的前端. PZT 通过电压控制, 可以进行长度伸缩, 从而改变 θ 大小.

2) 光束 3 和光束 4 分别被探测器 1 和探测器 2 探测. 假设探测器的量子效率均为 100%, 即每入射 1 个光子, 光电探测器都相应转化出 1 个电子, 那么光电探测器产生的光电流正比于入射光的强度. 当 2 个光电探测器输出的光电流经减法器相减后, 输出的平均光电流 $\langle i \rangle$ 为

$$\langle i \rangle = \langle \hat{c}^\dagger \hat{c} - \hat{d}^\dagger \hat{d} \rangle = \langle \hat{a}^\dagger \hat{b} e^{i\theta} + \hat{a} \hat{b}^\dagger e^{-i\theta} \rangle, \quad (14)$$

其中, 光束 2 为强相干态, 满足 $\langle \hat{b} \rangle = \langle \hat{b}^\dagger \rangle = \beta$, 故式(14)可改写为

$$\langle i \rangle = \beta \langle \hat{X} \cos \theta + \hat{Y} \sin \theta \rangle, \quad (15)$$

其中, \hat{X}, \hat{Y} 为光束 1 的量子正交算符.

3) 光电流信号 i 被输入频谱分析仪, 获得 i 的方差, 即

$$\Delta^2 = \langle i^2 \rangle - \langle i \rangle^2 =$$

$$|\beta|^2 [\langle (\Delta \hat{X})^2 \rangle \cos^2 \theta + \langle (\Delta \hat{Y})^2 \rangle \sin^2 \theta], \quad (16)$$

这里 $|\beta|^2$ 是光束 2 的光子数, 可以通过真空光的平衡零拍探测获得^[12].

当 $\theta=0$ 时, 可以获得振幅算符的方差, 即

$$\Delta_{\hat{X}}^2 = |\beta|^2 \langle (\Delta \hat{X})^2 \rangle; \quad (17)$$

当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时, 可以获得相位算符的方差, 即

$$\Delta_{\hat{Y}}^2 = |\beta|^2 \langle (\Delta \hat{Y})^2 \rangle, \quad (18)$$

因此, 平衡零拍技术可以实现正交算符的方差测量, 从而可以验证正交算符的海森堡不确定关系.

对于相干态 $|\alpha\rangle$ 而言, $\langle (\Delta \hat{X})^2 \rangle = \langle (\Delta \hat{Y})^2 \rangle = 1$, 故有 $\Delta^2 = |\beta|^2$. 由此可知, 相干态 $|\alpha\rangle$ 的正交算符的方差 Δ^2 恒定不变, 与相位 θ 无关. 下面将通过实验验证该结论.

4 实验与讨论

通过以上讨论可知, 光场正交算符的方差可通过平衡零拍技术探测, 其实验装置如图 3 所示.

根据图 3 搭建实验系统. He-Ne 激光器(S)发出的光通过反射镜 M_1 进入 50 : 50 分束器(BS_1), 被平均分为 2 束. 其中, 经过衰减片 A 的光束 1 为被测光场(\hat{a}), 光束 2 为强的本地振荡光

场(\hat{b}). 光束 1 和光束 2 经过反射镜($M_2 \sim M_5$)反射, 在 50 : 50 分束器(BS_2)合束, 分为光束 3(\hat{c})和光束 4(\hat{d}). 反射镜 M_3 粘贴在压电陶瓷 PZT 的前端实现相位改变. 最终, 光束 3 和光束 4 被差分探测器(D)探测后, 输入频谱分析仪(SA)进行方差测量. 其中, 虚线框中的 BS_2, M_6, D 和 SA 构成如图 2 所示的平衡零拍探测装置(HD), 实现光束 1 正交算符方差的测量.

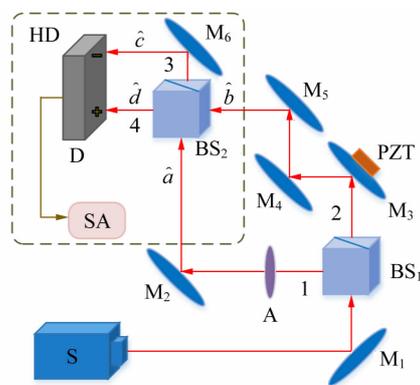


图 3 实验装置图

实验过程如下:

1) 调节信号发生器发出频率为 10 Hz, 幅度为 10 V_{pp} 的三角波, 驱动 PZT, 改变 θ . 将频谱仪(SA)的探测频率设置为 1 MHz, 其分辨率带宽和视频带宽分别为 3 kHz 和 30 Hz.

2) 将衰减片 A 的透射率调为 0, 使光束 1 无法透过衰减片. 此时真空光与本地振荡光进入 HD, 实现真空光平衡零拍探测, 获得其光电流信号的方差 Δ^2 , 如图 4 所示的红色点线. 对该方差信号取平均, 即可获得 $|\beta|^2$;

3) 调节衰减片 A 的透射率, 使光束 1 与光束 2 的光功率相差 100 倍. 此时相干光与本地振荡光进入 HD, 实现相干光平衡零拍探测, 获得其光

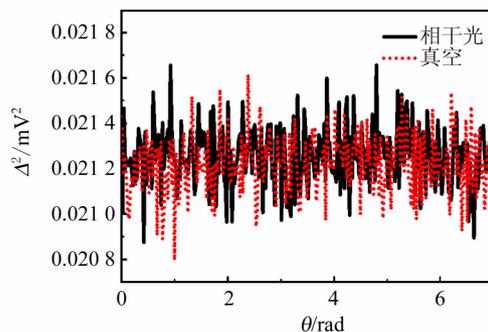


图 4 当光束 1 的光强为 10.6 μ W 时, 光电流差信号在 1 MHz 的方差

电流信号的方差 Δ^2 , 如图 4 所示的黑色实线.

4) 将步骤 2) 中获得的 $|\beta^2|$ 代入式 (17) 和式 (18), 获得相干光的正交算符的方差, 验证 $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle=\langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle=1$, 从而证明相干态的正交算符的方差满足最小不确定关系.

5) 继续调节衰减片 A, 改变光束 1 的光强, 重复步骤 3) 和步骤 4), 获得不同光强情况下, 探测频率为 1 MHz 时, 正交算符的方差 $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle$ 和 $\langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle$, 如图 5 所示. 可看出, 在不同光强下, $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle$ 的数值在 0.999 5~1.002 0 之间随机变化, 相应 $\langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle$ 的数值在 1.000~1.010 之间随机变化. 因此, 可认为 $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle\approx 1, \langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle\approx 1$.

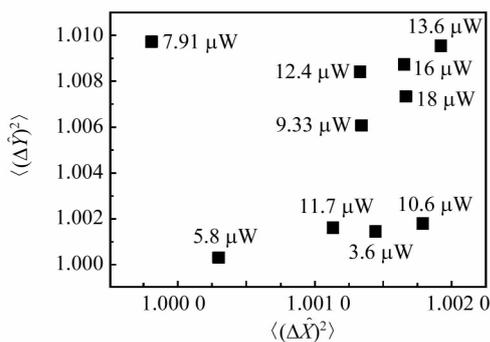


图 5 光束 1 为不同光强时正交算符在 1 MHz 的方差

6) 光束 1 的光强为 10 μW 时, 改变频谱仪的探测频率, 重复步骤 3) 和步骤 4), 获得不同探测频率下, 正交算符的方差 $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle$ 和 $\langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle$, 如图 6 所示. 可以看出, 在不同频率下, $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle$ 的数值在 1.000~1.006 之间随机变化, 相应 $\langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle$ 的数值在 1.001~1.012 之间随机变化. 由此可见, $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle\approx 1, \langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle\approx 1$.

综上所述, 光场正交算符在相干态中具有最小不确定关系得到验证.

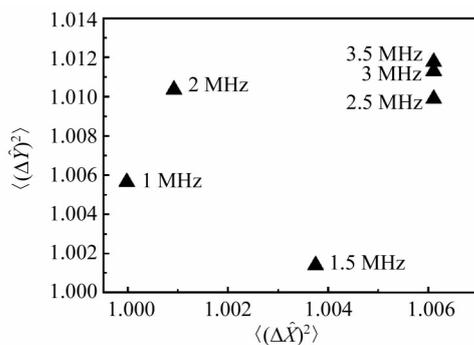


图 6 当光束 1 的光强为 10 μW 时, 正交算符在不同探测频率下的方差

5 结束语

从光场量子化开始, 介绍正交算符并验证其满足海森堡不确定性原理, 通过平衡零拍技术探测光场正交算符的方差, 从理论和实验上验证了相干态为最小测不准态. 该实验将量子力学基础理论通过实验的方式展现出来, 直观并形象地展现了微观世界的物理变化规律. 本科生搭建实验装置, 完成以上实验步骤, 可以自主完成基于相干光的海森堡不确定性原理的实验验证. 该实验提高学生动手能力的同时, 拓展了学生的思路.

参考文献:

- [1] 曾谨言. 量子力学[M]. 北京: 科学出版社, 2000: 1-13.
- [2] 刘颖, 常春蕊, 魏环, 等. 量子力学波粒二象性以及纠缠现象的一个实验验证[J]. 大学物理, 2018, 37(7): 5-14.
- [3] 邓文基, 许运化, 刘平. 测不准关系和最小不确定态[J]. 物理学报, 2003, 52(12): 2961-2964.
- [4] 王运永, 韩森, 钱进, 等. 压缩态光场在激光干涉仪引力波探测器中的应用[J]. 光学仪器, 2019, 41(4): 85-94.
- [5] 邓文基, 刘平, 徐晓. 混合态的不确定关系与压缩效应[J]. 物理学报, 2004, 53(11): 3668-3672.
- [6] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger [J]. Physical Review Letters, 2016, 116(6): 061102.
- [7] Wu Y, Guo J X, Feng X T, et al. Atom-light hybrid quantum gyroscope [J]. Physical Review Applied, 2020, 14(6): 064023.
- [8] Bao G Z, Wu S H, Liu S Q, et al. Enhancement of the signal-to-noise ratio of an atomic magnetometer by 10dB [J]. Physical Review Applied, 2019, 11(5): 054075.
- [9] 刘觉平. 量子力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2012: 33.
- [10] 程檀生. 现代量子力学教程[M]. 北京: 北京大学出版社, 2006: 45.
- [11] Beck M. Quantum mechanics: Theory and experiment [M]. New York: Oxford University Press, 2012.
- [12] 吴媛, 郭超修, 尹亚玲, 等. 量子力学本科实验教学演示仪之量子真空场测量[J]. 大学物理, 2021, 40(6): 58-61.

Heisenberg uncertainty relation verification experiment for coherent states

JIANG Jia-tong, CHEN Yu, CHEN Xin, WU Yuan, YIN Ya-ling, CHEN Li-qing

(Central Laboratory for Physics, School of Physics and Electronic Science,

East China Normal University, Shanghai 200241, China)

Abstract: Experimental verification of Heisenberg uncertainty principle is difficult due to the microscopic nature of quantum theory and experiments. To tackle this problem, the Heisenberg uncertainty relation of quantum orthogonal operators from the light quantization was proposed, and the Heisenberg uncertainty principle was verified by detecting the variance of quantum orthogonal operators with the balanced zero-beat technique. The experiment results showed that the orthogonal operators of light field had minimum uncertainty relation in coherent states. Through this experiment, the students could intuitively understand Heisenberg uncertainty principle and master quantum experimental techniques, which could lay a foundation for further research on quantum technology.

Key words: quantum mechanics; Heisenberg uncertainty principle; quadrature phase operator; coherent state; balance zero-beat technique

[责任编辑:任德香]

(上接 17 页)

Denoising algorithm of gamma energy spectra based on singular spectrum analysis

ZHAO Si-wen, WU Yi, WANG Chong-jie

(School of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

Abstract: In order to effectively solve the overlapping problem of noise spectrum and spectral component spectrum in γ spectrum, a γ energy spectrum denoising method based on singular spectrum analysis was proposed in this paper. The basic principle of noise reduction method based on singular spectrum analysis was described and the algorithm was given. By analyzing the singular spectrum characteristics of the γ energy spectrum, a method to determine the optimal embedding dimension and the reconstruction order of the γ energy spectrum was given. The noise reduction results of the measured ^{60}Co HPGe γ energy spectrum showed that the singular spectrum analysis method could effectively separate and eliminate the additive noise and multiplicative noise of the γ energy spectrum, and greatly improve the signal-to-noise ratio of energy spectrum. Compared with the traditional method, this method was simple and had strong reduction ability, less undetermined parameters, and could be an effective method for γ spectrum noise reduction.

Key words: gamma spectrum; noise reduction; singular value decomposition; linear filtering; homomorphic filtering

[责任编辑:任德香]