

文章编号:1005-4642(2021)12-0045-05

学
生
园
地



基于牛顿冷却定律研究回焊炉材料的炉温曲线

尹 硕,张德顺

(石河子大学 理学院,新疆 石河子 832000)

摘 要:研究了多温区回焊炉各温度区设定的温度以及传送速度对炉温曲线函数的影响. 运用牛顿冷却定律建立环境温度保持不变时焊点与环境之间的热交换模型,将电路板的焊接区域看作零维微点,其与环境温度之间的热交换符合牛顿冷却定律. 对实验曲线进行分段拟合,通过微分方程求解,得到焊点的炉温函数及其生产焊接区段.

关键词:牛顿冷却定律;微分方程;热交换模型;炉温函数

中图分类号:O551.2;O29

文献标识码:A

DOI:10.19655/j.cnki.1005-4642.2021.12.008

在集成电路板等电子产品生产中,需要将安装有各种电子元件的印刷电路板放置在回焊炉中,通过加热,将电子元件自动焊接到电路板上. 在生产过程中,让回焊炉的各部分保持工艺要求的温度,对产品质量至关重要. 目前,这方面的许多工作通过实验测试的方法来进行控制和调整. 此物理背景为 2020 年高教杯全国大学生数学建模竞赛试题^[1],旨在通过构建机理模型来进行分析研究,利用牛顿冷却定律建立焊点与环境之间的热交换模型^[2-5],在求解回焊炉内部焊点温度随时间变化的炉温曲线中有参考意义.

1 模型背景

回焊炉内部设置若干个小温区,从功能上可分成 4 个大温区:预热区、恒温区、回流区、冷却区. 电路板两侧搭在传送带上匀速进入炉内进行加热焊接. 回焊炉内一般有 11 个小温区及炉前区域和炉后区域,每个小温区长度为 30.5 cm,相邻小温区之间有 5.0 cm 的间隙,炉前区域和炉后区域长度均为 25.0 cm. 回焊炉启动后,炉内空气温度会在短时间内达到稳定,稳定后,回焊炉方可进行焊接工作. 炉前区域、炉后区域以及小温区之间的间隙无特殊的温度控制,其温度与相邻温区的温度有关,各温区边界附近的温度也可能受到相邻温区温度的影响^[6-7]. 另外,生产车间的温

度保持在 25 °C.

在设定各温区的温度和传送带的过炉速度后,可以通过温度传感器测试某些位置上焊接区域中心的温度,称之为炉温曲线(即焊接区域中心的温度曲线). 各温区设定的温度分别为 175 °C(小温区 1~5)、195 °C(小温区 6)、235 °C(小温区 7)、255 °C(小温区 8~9)及 25 °C(小温区 10~11);传送带的过炉速度为 70 cm/min;焊接区域的厚度为 0.15 mm. 温度传感器在焊接区域中心的温度达到 30 °C 时开始工作,电路板进入回焊炉时开始计时.

2 模型建立

现讨论热传导的相关数学模型如图 1 所示,已知温度值 u 是关于电路板在传送带上的位置 x 与时间 t 的二元函数,选取炉前区域的起始点为坐标原点. 现使用热传导原理推导回焊炉内相邻温区间隙的温度 u 关于位置 x 的函数关系^[8],根据能量守恒定律可得

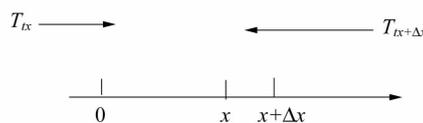


图 1 一维空间下热传导坐标图

收稿日期:2021-07-14;修改日期:2021-08-19

作者简介:尹 硕(2001—),男,山东德州人,石河子大学理学院数学与应用数学专业 2019 级本科生.
E-mail:1207048390@qq.com



$$\frac{\partial u}{\partial t} C \rho dx = -ku_x + ku_{x+dx} = ku_{xx} dx, \quad (1)$$

其中 C 为物质比热容, ρ 为物质密度, k 为热传导系数, u 为炉内有温度变化缝隙区域的温度值。

初始时刻 $t=0$ 时各处温度值为 τ_0 , 任一时刻在原点位置处的温度值为 τ_1 , 在位置 l 处的温度值为 τ_2 . 一维空间中, 回焊炉中电路板的泛定方程和定解条件为:

$$\begin{cases} u_t = -\frac{k}{C\rho} u_{ttx}, \\ u(0, t) = \tau_1, \\ u(l, t) = \tau_2, \\ u|_{t=0} = \tau_0. \end{cases} \quad (2)$$

解得温度值为

$$u = \sum \left\{ C_n \exp \left[- \left(\frac{a_n \pi}{l} \right)^2 t \right] \cdot \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) \right\} + \frac{\tau_2 - \tau_1}{l} x + \tau_1, \quad (3)$$

其中 C_n 为常量, a_n 为本征值, l 为缝隙区域长度。

若使回焊炉内各个部分区域温度稳定, 就要使回焊炉启动足够长的时间. 假定回焊炉已经开启足够长时间, 则式 (3) 中 $t \rightarrow \infty$, 分析可得温度函数是关于电路板位置坐标的线性函数, 与图像的拟合程度很好。

通过实际拟合情况推知, 在炉前区域的温度变化图像符合指数增长趋势; 在预热区、恒温区、回流区和冷却区之间缝隙的温度变化图像符合线性增长趋势. 由此得出温度分布函数及其图像如图 2 所示. 在炉前区环境温度随电路板位置呈指数关系上升, 在保温区保持稳定, 在回流区出现稳定和线性函数关系, 在冷却区呈现固定的温度. 图 2 中环境温度随电路板位置 x 变化的函数为

$$\begin{cases} T_{s1} = 25e^{0.05373x}, \\ T_{s2} = 173.000, \\ T_{s3} = 1.136(x - 151.5) + 173.000, \\ T_{s4} = 1.488(x - 173.5) + 198.000, \\ T_{s5} = 230.000, \\ T_{s6} = 257.000, \\ T_{s7} = -8.593(x - 265) + 257.000, \\ T_{s8} = 25.000. \end{cases} \quad (4)$$

焊接区域的中心温度在预热区先呈指数函数上升; 到达保温区, 温度以较小斜率上升; 在小温区 3 中点处, 焊接中心的温度为 168.19°C ; 在小温区 6 中点处, 焊接中心的温度为 168.19°C ; 在

小温区 7 中点处, 焊接中心的温度为 188.19°C ; 在小温区 8 结束处, 焊接中心温度为 214.97°C . 焊接区域的中心温度变化情况可以通过以时间为自变量, 以中心温度为因变量做预测炉温曲线, 如图 3 所示。

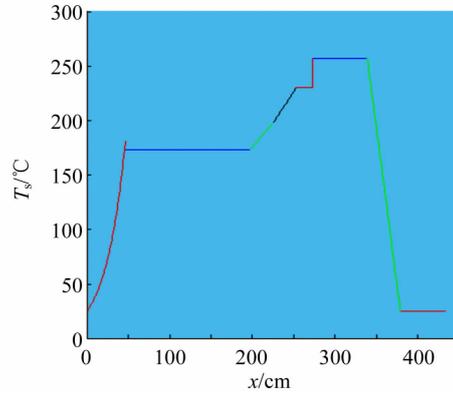


图 2 环境温度随电路板位置变化的坐标函数图像

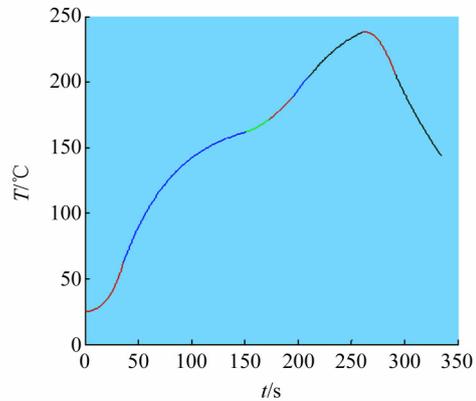


图 3 炉温曲线变化情况

为方便建立数学模型, 统计得到传送带上 8 个节点距离原点的距离, 如表 1 所示。

表 1 节点距原点的距离

| i | l_i/cm | i | l_i/cm |
|-----|-----------------|-----|-----------------|
| 1 | 46.67 | 5 | 273.50 |
| 2 | 197.17 | 6 | 344.75 |
| 3 | 225.75 | 7 | 379.75 |
| 4 | 253.17 | 8 | 435.17 |

设 $T_n (n=1, 2, \dots, 8)$ 表示电路板在各个分段区间上末端温度的最大值, 通过建立焊接温度的最大值与各个温区传送带速率的函数关系, 计算、整理得:

$$\begin{cases}
 T_1 = \frac{h_m A m}{r v C + h_m A} \exp(r l_1) + \left(25 - \frac{h_m A m}{r v C + h_m A}\right) \exp\left(-\frac{46.67 h_m A}{C v}\right), \\
 T_2 = T_{s2} - (T_{s2} - T_1) \exp\left[-\frac{h_m A (l_2 - l_1)}{v C}\right], \\
 T_3 = a l_3 - \frac{a v C}{h_m A} + B + \left(\frac{a v C}{h_m A} - B - a l_2 + T_2\right) \exp\left[-\frac{h_m A}{v C} (l_3 - l_2)\right], \\
 T_4 = a l_4 - \frac{a v C}{h_m A} + B + \left(\frac{a v C}{h_m A} - B - a l_3 + T_3\right) \exp\left[-\frac{h_m A}{v C} (l_4 - l_3)\right], \\
 T_5 = T_{s5} - (T_{s5} - T_4) \exp\left[-\frac{h_m A}{v C} (l_5 - l_4)\right], \\
 T_6 = T_{s6} - (T_{s6} - T_5) \exp\left[-\frac{h_m A}{v C} (l_6 - l_5)\right], \\
 T_7 = a l_7 - \frac{a v C}{h_m A} + B + \left(\frac{a v C}{h_m A} - B - a l_6 + T_6\right) \exp\left[-\frac{h_m A}{v C} (l_7 - l_6)\right], \\
 T_8 = T_{s8} - (T_{s8} - T_7) \exp\left[-\frac{h_m A}{v C} (l_8 - l_7)\right].
 \end{cases} \tag{5}$$

其中, h_m 为平均对流换热系数, v 为传送带速度 (cm/s), A, m, r, a, B 均为常数. 通过将已知参量代入式 (5) 中, 经计算得出结论: 将参量代入 T_6 函数, 可知大约在第 9 温区的末端位置时的传送带移动速度最大.

3 模型计算与检验

为了方便判断焊接中心所在位置随时间的变化, 通过 Java 计算出焊接中心进入各温度区的时间以及出温度区的时间, 如表 2 所示.

表 2 材料焊接中心的进出温区时间情况

| 温区 | t/s | |
|-----|---------|---------|
| | 进温区 | 出温区 |
| 炉前区 | 0 | 21.429 |
| 1 | 21.429 | 47.571 |
| 2 | 51.857 | 78.000 |
| 3 | 82.286 | 108.429 |
| 4 | 112.714 | 138.857 |
| 5 | 143.143 | 169.286 |
| 6 | 173.571 | 199.714 |
| 7 | 204.000 | 230.143 |
| 8 | 234.429 | 260.571 |
| 9 | 264.857 | 291.000 |
| 10 | 295.286 | 321.429 |
| 11 | 325.714 | 351.857 |
| 炉后区 | 351.857 | 373.200 |

现应用建立的数学模型对实际情况进行分析拟合, 并检验该模型的正确性与可行性.

通过对数据的分析, 发现在 1~5 区之间存在环境温度保持不变的区间, 在图 2 中很明显地看出终端处于 150.0~175.0 °C 之间, 左边曲线斜率增长缓慢, 右边曲线斜率增长迅速, 同样可推测出 1 区中的温度并不是都相等, 而受到外界环境温度的影响, 通过 Matlab 工具箱精确测出符合第 1 部分的区间为 40.0~169.0 s, 其函数模拟曲线如图 4 所示.

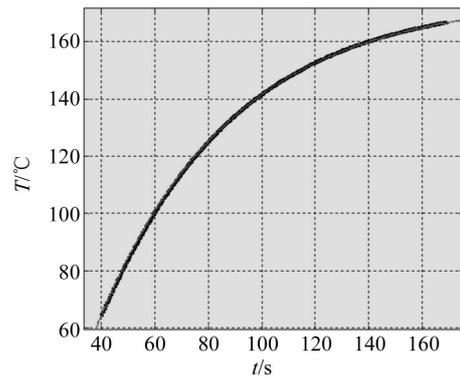


图 4 40.0~169.0 s 的焊炉曲线模拟图

在曲线模拟过程中, 可以求得模拟曲线函数为:

$$T = 64.75 + (175 - 64.75) \cdot \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{1}{50.35}(t - 40)\right] \right\}, \tag{6}$$

此函数所得到的图像与实际图像几乎重合 ($R^2 = 0.9999$), 说明在这一时间内符合推理, 记录时间的起止时间为 40.0~169.0 s. 继续使用 Matlab 拟合数据, 试图寻找是否还存在环境温度保持不

变的情况,最终得到如下的拟合结果:在 217.0~234.5 s,234.5~291.0 s,325.5~373.2 s 内,环境温度均保持恒定,曲线拟合图分别为图 5~7 所示。

对图 5 进行曲线模拟,可以求得模拟曲线函数为

$$T=193.76+(235-193.76) \cdot \left\{1-\exp\left[-\frac{1}{32.15}(t-217)\right]\right\}, \quad (7)$$

此函数所得到的图像与实际图像几乎重合($R^2=0.9998$),说明在这一时间内同样符合上述公式推理,记录起止时间为 217.0~234.5 s。

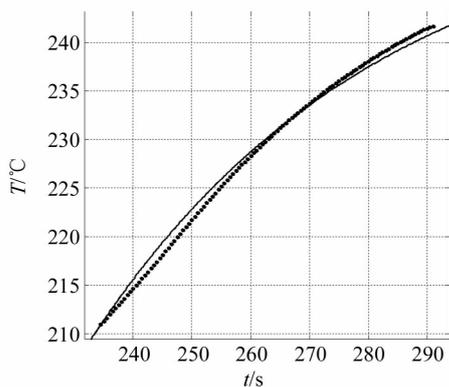


图 5 217.0~234.5 s 的焊炉曲线拟合图

对图 6 进行曲线模拟,可以求得模拟曲线函数为:

$$T=210.91+(255-210.91) \cdot \left\{1-\exp\left[-\frac{1}{49.17}(t-234.5)\right]\right\}, \quad (8)$$

此函数所得到的图像与实际图像重合较好($R^2=0.9939$),说明在这一时间内同样符合上述公式推理,记录起止时间为 234.5~291.0 s。

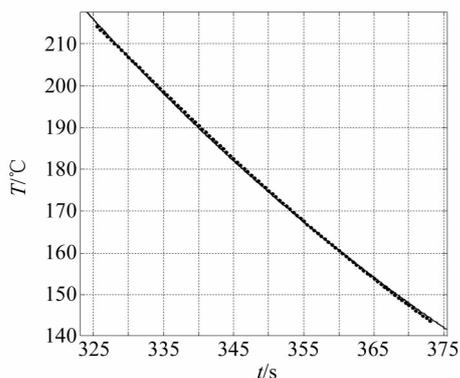


图 6 234.5~291.0 s 的焊炉曲线拟合图像

对图 7 进行曲线模拟,可以求得模拟曲线函数为

$$T=214.97+(25-214.97) \cdot \left\{1-\exp\left[-\frac{1}{102.4}(t-325.5)\right]\right\}, \quad (9)$$

此函数所得到的图像与实际图像重合较好($R^2=0.9996$),说明在这一时间内符合上述公式推导,记录起止时间为 325.5~373.2 s。

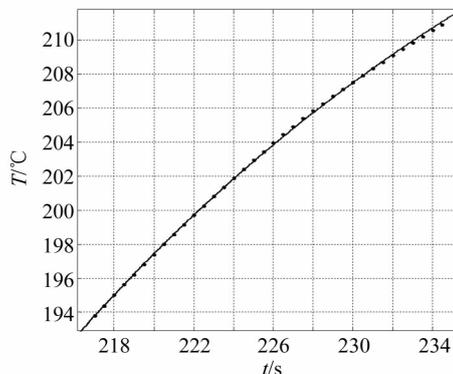


图 7 325.5~373.2 s 的焊炉曲线拟合图像

利用上述方程组拟合其他温度变化缝隙的炉温曲线,发现拟合程度较好,其函数图像与工业实际生产线情况基本吻合,可证明函数关系的正确性和合理性。

4 结束语

本文研究了多温区回温炉的各温区设定的温度及其传送速度的设定对焊炉曲线函数的影响,查找分析现有资料得知回焊炉与电路板之间主要通过热对流的方式传导热量,通过对炉温曲线问题的求解,利用牛顿冷却定律得到了焊点温度与环境温度之间的常微分方程,求解该方程得到了焊接区域与环境之间的热交换模型,通过分段拟合的方式发现此模型仅在加热区与实际温度符合得较好并给出了环境温度随时间呈线性变化的关系以及对应的热交换模型,至于环境温度与时间为非线性关系时的分析亦可与以上讨论相类比^[9]。通过此理论模型求解出的预测炉温曲线与实际炉温曲线拟合程度较好,具有较高的可信度。

参考文献:

- [1] 沈继红,蔡志杰,李晓乐. 炉温曲线的数学模型及求解[J]. 数学建模及其应用,2021,10(1):62-72.

- [2] 何建勋,唐芳. 电热法测热功当量实验数据处理方法[J]. 物理实验,2018,38(10):54-58.
- [3] 车宇,丁望峰. 稳态法测量导热系数实验的温度补偿[J]. 物理实验,2020,40(5):11-14.
- [4] 鹿博,薛玉琪,何振辉. 低温热辐射实验设计及教学方法[J]. 物理实验,2021,41(4):11-16.
- [5] 吴以治,任大庆,宋振明,等. 测量导热系数实验的改进[J]. 物理实验,2017,37(10):18-21.
- [6] 杨明昊,李云龙. 基于热交换优化算法的多阈值图像分割方法[J]. 科技创新与生产力,2019(5):57-59.
- [7] 郑长刚. 基于时域有限差分法的被动热防护服热传递模型[J]. 航天医学与医学工程,2020,33(4):344-349.
- [8] 郑福,聂坤,郭宝珠. 具有内部控制和边界观测具有时滞的单管热交换方程的指数稳定性[J]. 应用数学学报,2019,42(2):266-277.
- [9] 李会容,张雪峰. 新型控制策略在焙烧炉温控系统中的应用[J]. 冶金自动化,2020,44(5):48-55.

Temperature curve of reflow furnace material based on Newton cooling law

YIN Shuo, ZHANG De-shun

(College of Science, Shihezi University, Shihezi 832000, China)

Abstract: The temperature set in each temperature zone of the multi-temperature zone reflow furnace and the influence of transmission speed on the furnace temperature curve function were studied. Based on Newton cooling law, the heat exchange model between the solder joint and the environment was built when the ambient temperature was a constant. The heat exchange between the soldering area of the circuit board which was regarded as zero-dimensional microdots and the ambient temperature conformed with Newton cooling law. The experimental curve was fitted in segments and solved by differential equations to obtain the furnace temperature function of the solder joint and its production soldering zone.

Key words: Newton cooling law; differential equation; heat exchange model; furnace temperature function

[责任编辑:郭 伟]

(上接 44 页)

Simulation experiment of magnetocaloric effect

GAO Yuan^a, QIAN Jian-qiang^b

(a. SHENYUAN Honors College; b. School of Physics, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: The finite-temperature thermodynamic simulation of ammonium iron sulfate, gadolinium gallium garnet and the associated quantum material 2,5 hydrated copper nitrate was performed using quantum statistics and tensor network renormalization group algorithms. The simulation platform of magnetocaloric effect measurement was built, and the related parameters were calculated. The platform could be helpful for students to understand the magnetocaloric and anti-magnetocaloric effects. The simulation results visualized the entropy response of the one-dimensional spin chain material to the magnetic field near the quantum critical point.

Key words: magnetocaloric effect; quantum many-body calculation; tensor network renormalization group; simulation experiment

[责任编辑:郭 伟]