文章编号：1005-4642(2022)05-0048-05

学生园地

基于中空三棱柱透镜测量液相的扩散系数

卢英杰，徐金辉，陈丽洁，吴科延，黄曼莉，罗国平，古　迪
（广东石油化工学院 理学院，广东 茂名 525000）

摘　要：介绍了利用中空三棱柱液柱透镜同时测量透明液相折射率和扩散系数的实验方法. 获得三棱柱液柱透镜中液相扩散层的光束折射到光屏上形成的折射率分布曲线，计算得出液体的折射率，并求得待测液体的浓度，再根据菲克第二定律在一维无限长扩散下的解，最终计算得到 2 mol/L 盐水在纯水中的扩散系数 $D=1.50\times10^{-3}$ mm^2/s，与参考值相近.

关键词：中空三棱柱；液柱透镜；折射率分布；液体扩散系数
中图分类号：O435.1　　**文献标识码**：A　　DOI：10.19655/j.cnki.1005-4642.2022.05.008

折射和扩散现象在生活中十分常见，液相的折射率及扩散系数是液相物质的重要参量，借助液相折射率可了解液相的光学性能、浓度、色散和纯度等性质，而扩散系数是描绘不同浓度的液相之间的质量传递行为的物理量，反映了物质分子或原子等扩散速率的大小，在化学电池、生物燃料、生物化学和细胞生物学等科学及工程领域均有着重要应用[1-4]. 扩散系数可基于菲克第二定律间接求解由溶液扩散引起的浓度变化而得，该方法属于通过分析测量溶液浓度变化而得到扩散系数的非稳态测量法[5]，其测量结果较为准确. 常用于液体折射率测量方法包括阿贝折射仪测试法[6]、激光折射法[7-9]和等高度测量法[5,10]等. 本文在高等测量法的基础上，利用三棱柱液柱透镜对光线的折射作用，测量特定时刻特定高度的扩散层的折射率，即可求解待测液体的扩散系数. 此外，本实验项目可作为大学物理设计性实验或拓展实验，可有效锻炼学生的实验操作能力，还能培养学生开展实验的探究性思维.

1　实验原理

菲克第一定律由菲克于 1855 年提出，表述为：在单位时间内通过垂直于扩散方向的单位截面积的扩散物质流量 J（称为扩散通量）与该截面处的浓度梯度成正比. 其表达式为

$$J=-D\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x}, \tag{1}$$

其中，D 为扩散系数（单位为 m^2/s），C 为扩散物质（组元）的体积浓度（单位为原子数/m^3 或 kg/m^3），$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x}$为浓度梯度，“－”号表示扩散方向与浓度梯度方向相反，即扩散组元由高浓度区向低浓度区扩散.

扩散物质在扩散介质中的浓度分布随时间发生变化的扩散常称为非稳定扩散，其扩散通量随位置与时间变化. 对于非稳态扩散，可根据物质的平衡关系建立第二扩散微分方程. 在非稳态扩散过程中，在距离 x 处，浓度随时间的变化率等于该处的扩散通量随距离变化率的负值，即菲克第二定律，其表达式为

$$\frac{\partial C}{\partial t}=\frac{\partial\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)}{\partial x}. \tag{2}$$

如果扩散系数 D 随 x 变化不大，可近似看成常量，则式(2)可写为

收稿日期：2021-06-21；修改日期：2022-02-07
基金项目：广东省教育厅特色创新项目（No. 2018KTSCX144）；2019 年广东省高等教育教学改革项目（No. 409）；广东石油化工学院博士启动项目（No. 2020bs008）
作者简介：卢英杰（1999－），男，广东阳春人，广东石油化工学院理学院油气储运工程专业 2018 级本科生. E-mail：1422317897@qq.com
通讯作者：古　迪（1991－），男，广东高州人，广东石油化工学院理学院实验师，博士，主要从事大学物理实验教学. E-mail：gudi@gdupt.edu.cn

$$\frac{\partial C}{\partial t}=D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2},\tag{3}$$

其中，t 为扩散时间. 固溶体中溶质原子的扩散系数 D 随浓度变化，但为了方便求解扩散方程，可将 D 看作恒量处理. 根据初始条件和边界条件，采用变量代换法求解扩散方程可得：

$$C(x,t)=\frac{C_1+C_2}{2}-\frac{C_2-C_1}{2}E(\beta),\tag{4}$$

式(4)为菲克第二定律在一维无限长扩散条件下的解[5]，其中 $C(x,t)$ 为 t 时刻 x 高度的浓度，C_1 为 $+\infty$ 处的浓度，C_2 为 $-\infty$ 处的浓度，$E(\beta)$ 为误差函数，$\beta=\frac{x}{2\sqrt{Dt}}$. 通过查表或取近似拟合多项式，可以由误差函数 $E(\beta)$ 反推出 β. 本实验采用多项式拟合误差函数 $E(\beta)$ 的方式，可得拟合结果为

$$E(\beta)=0.007\ 3\beta^6-0.085\ 9\beta^5-0.373\ 8\beta^4-0.661\ 1\beta^3+0.084\beta^2+1.124\ 5\beta-0.005.\tag{5}$$

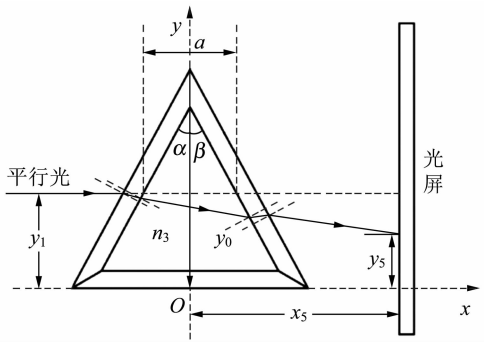
在实验过程中通过测得扩散液体高度 x 及对应时间 t，即可求得扩散系数 D.

2　实验装置

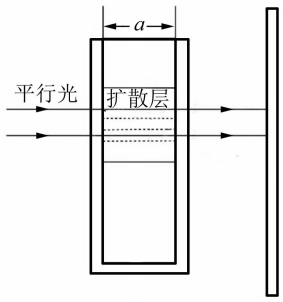
本实验装置如图 1(a)所示，包括：红光一字型激光发射器(650 nm，5 mW)，焦距为 30 cm 的凸透镜，41 mm×35.5 mm×49.8 mm 的中空三棱柱液柱透镜(厚度为 2.491 mm)和光屏. 具体实验过程如下：1)由激光器发射的线状光束经凸透镜转化为平行光束后，穿过透镜内的液体后会发生折射，最后到达光屏；由于光通过液柱透镜时发生折射，将在光屏 D 上显示出光束随着时间变化的曲线；2)利用 VCdemo(维视采集卡演示程序)软件控制摄像机(内置 CMOS)拍摄固定位置处 180 个时间间隔(固定间隔为 30 s)的实验图像，通过 MV-U2000 图像采集卡采集并存储每个时刻的照片数据，观察并分析不同时刻的数据，最终得到液体扩散系数.

如图 1(b)～(c)所示，由于本实验配置的盐水浓度较小，三棱柱液柱透镜内液体的扩散可简化为一维问题来处理，可看作扩散仅在竖直方向上发生，则同一高度处的液面薄层浓度近似相等，因此由激光器发射而来的光束仅在平行于 y-O-z 面的平面内发生折射. 图 1(b)～(c)中的 a 表示三棱柱内表面的距离，本实验器材中的 a 最大为 34.64 mm，远小于光线在扩散层内发生较大且明显弯曲的值[11].

(a)实物图



(b)俯视图



(c)主视图

图 1　中空三棱柱透镜测量液相扩散系数实验装置图

3　实验结果及分析

3.1　盐水折射率的测量

实验过程中，先将适量 2 mol/L 的盐水缓慢注入三棱柱液柱透镜内；接着用胶头滴管将纯水缓缓注入盐水表面；纯水注入完毕后静置一段时间，再开始记录实验图像. 同时，激光发出的光束经过凸透镜后平行于水平面，在液体不同深度均

有光线通过. 由于盐水与纯水的浓度差,随着 2 种液体扩散,形成扩散层,液体分界面将变得模糊. 扩散层中的液体,不同深度则浓度不同,其折射率随深度增加而变化,形成动态分层. 由图 1(b)所示,实验前测量出实验仪器的相关参量:中空三棱柱液柱透镜的厚度 $d=2.491$ mm,入射棱柱面与 y 轴的夹角 $\alpha=28.93°$,出射棱柱面与 y 轴的夹角 $\beta=30.63°$,内顶点与 x 轴的垂直距离 $y_0=32.0$ mm,发射光源与 x 轴的垂直距离 $y_1=29.0$ mm,光屏与坐标系原点的水平距离 $x_5=260.0$ mm. 根据光穿过液柱透镜发生折射而产生的偏移量 $|y_1-y_5|$ 与待测液体的折射率 n_3 之间的关系,得到待测液体折射率 n_3,实现了测量特定时间、特定位置处的液体薄层的折射率的目的.

如图 2 所示,将测量数据输入光路模拟程序中,即可得到 $|y_1-y_5|$ 与折射率 n_3 之间的关系曲线.

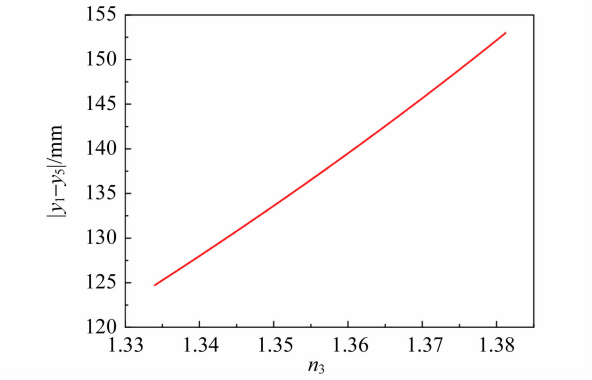


图 2 $|y_1-y_5|$ 与折射率 n_3 的关系曲线

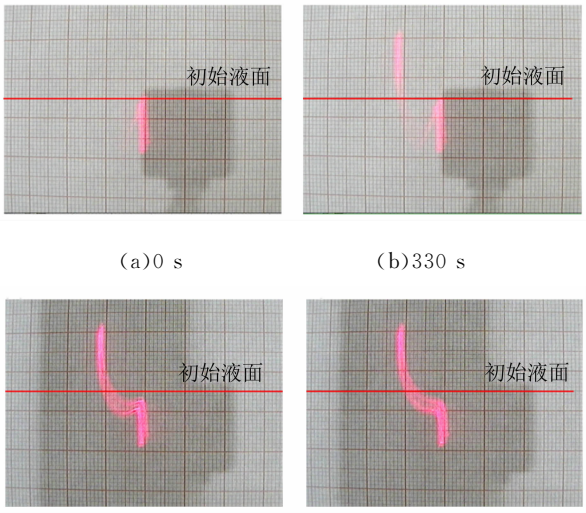
经指数拟合得到 $|y_1-y_5|=0.392\ 3e^{4.319\ 2n_3}$,从而可推出其反函数为

$$n_3=\frac{\ln\left|\frac{y_1-y_5}{0.392\ 3}\right|}{4.319\ 2}. \tag{6}$$

显然,只需测出光发生折射后所产生的偏移量 $|y_1-y_5|$,将其代入式(6),即可得到液体的折射率 n_3.

3.2 盐水在纯水中扩散系数的测量

本实验属于非稳态液相扩散系数的测定方法. 实验步骤如下:1)将适量 2 mol/L 的盐水缓慢注入三棱柱液柱透镜内;2)静置一段时间后用胶头滴管将纯水缓缓沿内壁注入盐水表面;3)将纯水与盐水刚接触时的时间记为 $t=0$ s[图 3(a)],每 30 s 采集扩散图像,共采集 180 组数据图像. 在纯水缓慢注入的过程中;当 $t=330$ s 时,盐水和纯水的折射曲线较为稳定,边界清晰,如图 3(b)所示.



(a)0 s (b)330 s

(c)1 800 s (d)3 000 s

图 3 不同时刻光屏上所形成的实验现象

图 3(a)~(d)为光屏所记录不同时刻的折射曲线,不同时刻折射曲线的弯曲程度不同,得到了盐水在纯水扩散的动态过程. 实验过程中,通过不同时刻的折射曲线,进一步测得其偏移量. 如图 4 所示,左上方的 1 条竖线(直线 MN)为直接穿过液柱透镜的空气部分的光束在光屏上的投影,右侧曲线(曲线 $ABCDE$)为穿过三棱柱液柱透镜中扩散液体时发生折射后所产生的折射率分布曲线图. a. 清水部分(直线 AB)的折射率因液体浓度未改变而一直呈 1 条竖直的直线,从清水下方的扩散层开始至分界面附近(曲线 BC),折射率梯度将逐渐增大,即随深度的增加而光线向下弯曲的程度越大直至最大(即曲线的拐点处),接着从分界面处至盐水上方的扩散层处(曲线 CD),折射率梯度将逐渐减小,即随深度的增加,光线向下弯曲的程度越小;b)盐水部分(直线 DE)因液体浓度未变而呈 1 条直线.

为了测出待测扩散液体的浓度,需先测出特定时刻光线穿过特定高度处液体薄层发生折射后产生的偏移量,代入式(6)得出此时该高度处液体薄层的折射率;在室内温度为 20 ℃、水温为18 ℃的条件下,将其代入文献[6]中(利用盐水质量浓度在 0%~25%中测得的数据拟合而成)的半经

验公式 $n_3=1.332\ 54+0.001\ 87C$，求得此时该高度处液面薄层的质量浓度 C. 如图 4 所示，测量时，在右侧曲线弯曲处选取 1 个点作为取样点，且初始液面为向盐水中注入清水后静止的盐水上液面，初始液面选定后位置固定不变. 设液体深度为 x（单位：mm），令初始液面所在的水平面为参考线，则直线 y_5 为取样点在垂直于初始液面方向上的坐标值. 由于相机的视图范围有限，为使单位面积包含的像素最多，以保证测量的精确度，设 y' 为光屏上相机视图范围内的 1 条参考线，并用钢尺测量 y_1 到 y' 之间的距离 $|y'-y_1|$，对于相机视图范围内的 y' 与 y_5 之间的距离 $|y_5-y'|$，可用图像处理软件进行测量. 将 $|y'-y_1|$ 和 $|y_5-y'|$ 相加，即为 y_1 到 y_5 之间的距离 $|y_1-y_5|$. 同样，取样点与初始液面的距离 x 也由图像处理软件测得.

由于实验条件的限制，实验装置本身存在的仪器误差难以避免，导致所得数据和理论值之间存在误差. 所以，该实验选取了 4 组不同浓度的盐水进行校准. 通过测量实测值和理论值之间的误差，对本实验所测得的数据进行修正，从而得到更准确的实验效果. 因此，在测得光经过扩散液体而发生折射的偏移量 $|y_1-y_5|$ 后，需利用表 2 测得的误差平均值（−5.8 mm）对其进行校准，从而得到更准确的实验数据.

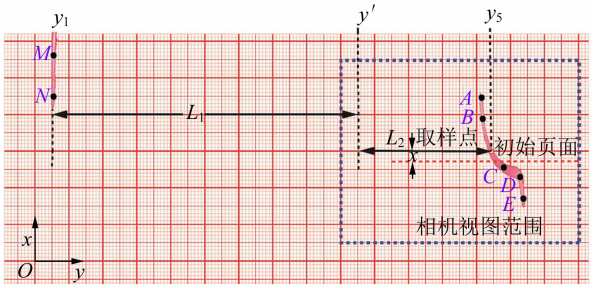


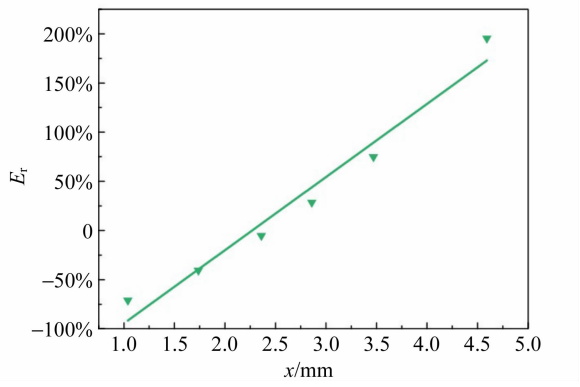
图 4　偏移量的测量示意图

表 1　理论值与测量值的误差

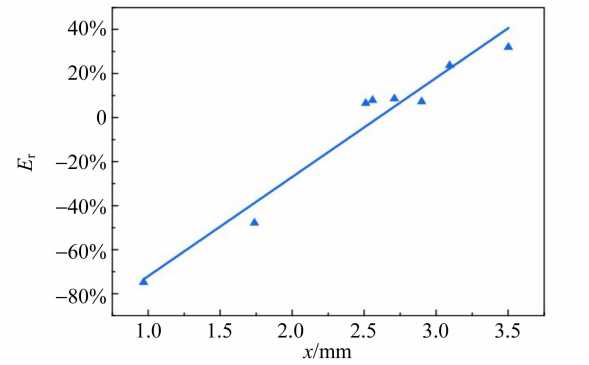
n	$\lvert\eta_1-\eta_5\rvert$/mm			$\overline{\lvert\eta_1-\eta_2\rvert}$/mm	$\Delta\lvert\eta_1-\eta_2\rvert$/mm
	理论值	测量值 1	测量值 2		
1.334 0	124.8	119.0	118.5	118.7	−5.8
1.342 4	129.3	123.2	123.6	123.4	−6.1
1.347 9	132.4	126.8	126.4	126.6	−5.6
1.360 4	139.7	134.2	134.4	134.3	−5.6

实验过程中所选择的溶液高度要适当，如过高，溶液浓度变化较小，导致图像的宽度变化较小，易造成较大的计算误差；如过低，溶液浓度梯度变化较大，此时扩散系数 D 是关于浓度的函数，不能将其看作常量，此时菲克第二定律不成立. 为确定合适的高度观测范围，随机选取不同高度处的液面薄层在 4 个不同时刻的测量数据，将其作为已知量代入式(3)，分别得到对应时刻、不同高度处液面薄层的扩散系数，并与参考文献值进行比较，可得到相对误差. 最后将这些误差进行线性拟合，得到 4 个时刻不同高度处液面薄层测得的扩散系数相对误差拟合直线，如图 5 所示. 若使测得数据的相对误差接近于 0，x 应选取 2.2～2.9 mm 范围为宜. 因此，选取 10 组处于 2.2～2.9 mm 高度范围内的液面薄层计算其扩散系数，并统计扩散系数的平均值，如图 6 所示.

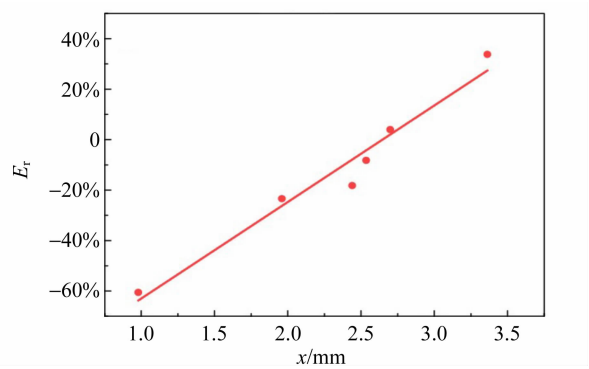
扩散系数均匀分布在 1.37×10^{-3}～1.63×10^{-3} mm^2/s 之间，且 10 组扩散系数的统计平均值为 1.50×10^{-3} mm^2/s，与文献值 1.49×10^{-3} mm^2/s[5] 相近，说明该实验具有可行性.



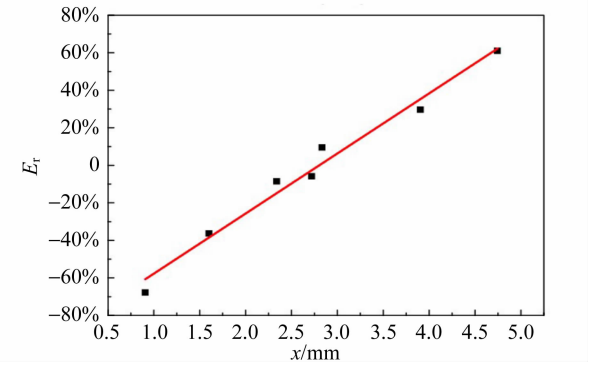
(a)1 800 s



(b)2 400 s



(c)3 000 s



(d)3 600 s

图 5 不同高度处测得数据的相对误差分析

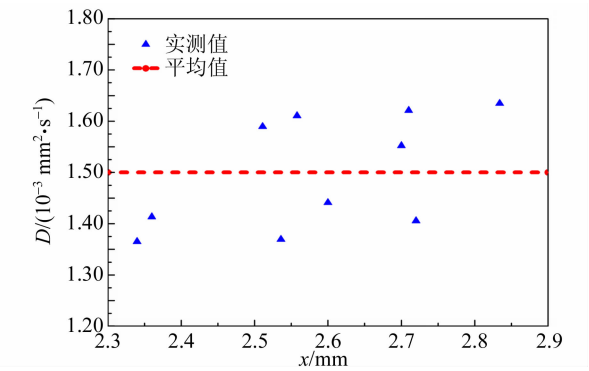


图 6 不同高度处测得的扩散系数

4 结束语

本文通过三棱柱液柱透镜中液相扩散层的光束折射到光屏上获得折射率分布曲线，由折射率分布曲线计算出液体的折射率；根据菲克第二定律在一维无限长扩散下的解，测得 2 mol/L 盐水在纯水中的扩散系数为 $D=1.50\times10^{-3}$ mm^2/s，该实验测量值与文献参考值 1.49×10^{-3} mm^2/s 相一致. 该方法所需仪器简单，实验结果准确性较高. 在测量液体折射率和扩散系数的基础上，可以在食品、日用化学产品及制药工业等领域有较好的应用潜力.

参考文献：

[1] 何茂刚，彭三国，张颖，等. 两种短链醇与叔丁醇的互扩散系数[J]. 工程热物理学报，2016，37(4)：701-704.

[2] 张颖，张诗，何茂刚. 数字全息干涉法测量二元溶液互扩散系数[J]. 化工学报，2018，69(9)：3774-3782.

[3] 李瀚奕，熊安国，王峥，等. 用中空三棱镜测量食盐水的折射率及色散[J]. 物理实验，2020，40(9)：51-54.

[4] 许释文，徐怡冰，邱妙婵，等. 自制仪器测量不同质量分数的盐水折射率[J]. 物理实验，2018，38(8)：56-59.

[5] 夏燕. 基于双液芯柱透镜的等高度法测量液相扩散系数及液体吸水性研究[D]. 昆明：云南大学，2018.

[6] 周万福，罗双玲，王传坤，等. 不同液体浓度与折射率关系的经验公式[J]. 兴义民族师范学院学报，2013，87(5)：119-121.

[7] 辛督强，朱民，解延雷，等. 测量液体折射率的几种方法[J]. 大学物理，2007，26(1)：34-37.

[8] 史君琪. 用激光测定液体的扩散系数[J]. 物理实验，1981，1(4)：150-153.

[9] 王德钊，邵央. 溶液扩散系数的测量[J]. 物理实验，1991，11(4)：145-146.

[10] 夏燕，孟伟东，陈艳，等. 基于双液芯柱透镜测量液相扩散系数-等观察高度测量法[J]. 光学学报，2018，38(1)：163-169.

[11] 魏振博，王占山. 光在非均匀介质中传播规律的演示[J]. 物理与工程，2014，24(3)：34-36.

(下转 56 页)

Measuring optical rotation by spectroscopy and phase shifting technique

XU Kang-yi[1], WANG Jun[1], YUAN Meng[1], WU Shu-yang[1], HAN Zhi-Gang[2]
(1. School of Physical Science and Technology,
Suzhou University of Science and Technology, Suzhou 215009, China;
2. School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology,
Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: The optical rotation measurement in the visible light range was realized by using a wide-spectrum light source and spectrometer instead of monochromatic light and galvanometer, and the influence of the background noise of the detector on the measurement was eliminated by using the four-step phase shifting method instead of the method of finding the extinction position. The optical rotation of the fructose solution was measured at the wavelength of the sodium yellow light, and the precision was improved by 0.1° to 0.08°.

Key words: polarize; optical rotation; spectrometer; phase shifting method

[责任编辑:郭 伟]

(上接 52 页)

Measuring diffusion coefficient of liquid phase based on hollow prism lens

LU Ying-jie, XU Jin-hui, CHEN Li-jie, WU Ke-yan,
HUANG Man-li, LUO Guo-ping, GU Di
(School of Science, Guangdong University of Petrochemical Technology, Maoming 525000, China)

Abstract: Based on the hollow triangular liquid column lens, the experimental method of simultaneously measuring the refractive index and diffusion coefficient of the transparent liquid phase was introduced. The refractive index of liquid was calculated by the refractive index distribution curve formed by the refraction of the light beam of the liquid phase diffusion layer in the triangular prism liquid column lens to the light screen, and the concentration of the liquid to be measured was obtained. According to the solution of Fick's second law under one-dimensional infinite diffusion, the diffusion coefficient $D=1.50\times10^{-3}$ mm^2/s NaCl solution in pure water was obtained, which was conform to the reference value.

Key words: hollow triangular prism lens; liquid column lens; refractive index distribution; liquid diffusion coefficient

[责任编辑:郭 伟]