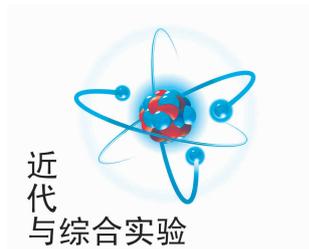


文章编号:1005-4642(2022)05-0010-06



利用变温霍尔效应计算 N 型 Ge 的 杂质电离能和禁带宽度

郑梓涵[†], 黄之豪[†], 符斯列

(华南师范大学 物理与电信工程学院 物理学科基础课程
国家级实验教学示范中心, 广东 广州 510003)

摘 要:通过变温霍尔效应实验,在 77~420 K 温度范围内对 N 型 Ge 标准样品的电学特性进行测量. 根据对高温本征导电区斜率的计算,得到样品禁带宽度 E_g ;对低温杂质电离区斜率的计算,得到样品杂质电离能 E_i . 对计算结果进行比较, $\lg(n_i T^{-3/2})-T^{-1}$ 及 $\lg(|R| T^{3/2})-T^{-1}$ 曲线更适合用于计算禁带宽度;降温的 $\lg(\frac{\sigma}{T})-T^{-1}$ 曲线更适合用于计算杂质电离能.

关键词:变温霍尔效应;禁带宽度;杂质电离能;N 型 Ge 半导体

中图分类号:O484.5;TN304.1

文献标识码:A

DOI:10.19655/j.cnki.1005-4642.2022.05.002

对通电的导体或半导体施加与电流方向垂直的磁场,则在垂直于电流和磁场的方向上有横向电势差出现,该现象称为霍尔效应^[1-2]. 基于霍尔效应的半导体霍尔器件、霍尔集成电路在电磁场的检测及自动控制等方面已得到广泛应用^[3-4],众多基于霍尔效应的新型传感器也被应用于基础研究^[5-6].

通过霍尔效应半导体特性测量实验,可以判断导电类型,计算载流子浓度、霍尔迁移率、禁带宽度、杂质电离能等. 禁带宽度与杂质电离能是描述半导体性质的重要物理量. 禁带宽度的大小主要取决于半导体的能带结构^[7],反映了价电子被束缚的强弱程度,即产生本征激发所需要的最小能量,拥有较窄禁带宽度的半导体室温下具有更好的热电性能^[8]. 杂质电离能指半导体中杂质原子上的价电子从价键上被激发到导带或者价带中而成为载流子所需要的能量,杂质电离能小则

反映半导体室温下更容易产生电子和空穴,起导电作用^[9].

禁带宽度和杂质电离能是半导体重要的电学特性^[10]. 本文通过浅掺杂 N 型 Ge 标准样品的变温霍尔效应测量,并通过对各个变温数据曲线中高温本征导电区斜率来计算得到禁带宽度 E_g ,低温杂质电离区斜率计算得到杂质电离能 E_i ,最后对计算结果进行比较分析,获得测量实验的最佳方案.

1 实验原理

1.1 霍尔系数与电导率

矩形载流的 N 型半导体材料,如图 1 所示, a, d, l 分别为元件的厚度、宽度和长度,如果在与电流 I_x 垂直方向上施加磁场 B_z ,可观测到在与电流和磁场相互垂直的方向上,半导体内产生横向电势差,该横向电势差称为霍尔电压^[11].

“第 11 届全国高等学校物理实验教学研讨会”论文

收稿日期:2021-07-09;修改日期:2021-11-29

基金项目:国家自然科学基金资助(No. 10575039);广东省自然科学基金资助(No. S2013010012548);广东省高校特色创新项目资助(No. 2018KTSCX121)

作者简介:郑梓涵(2000—),女,广东梅州人,华南师范大学物理与电信工程学院 2018 级本科生. E-mail:zzhengzihan@m.scnu.edu.cn

黄之豪(1999—),男,广东揭阳人,华南师范大学物理与电信工程学院 2018 级本科生. E-mail:zhihaohuang@m.scnu.edu.cn

通讯作者:符斯列(1972—),男,海南临高人,华南师范大学物理与电信工程学院副教授,博士,研究方向为低温等离子体技术制备光电薄膜材料. E-mail:fusl@scnu.edu.cn

[†]:共同第一作者,对本文贡献相同.

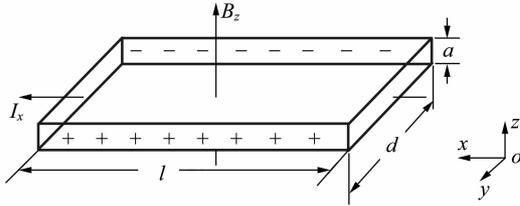


图 1 霍尔效应示意图

对于 N 型半导体材料 Ge, 多数载流子为电子, 电子导电起主导作用, 根据电场力与洛伦磁力二力平衡可得霍尔电压与电流和磁感应强度的关系式为

$$V_H = -\frac{I_x B_z}{nea}, \quad (1)$$

其中, n 为导带电子浓度, e 为单位电荷量. 定义霍尔系数 R 为

$$R = -\frac{1}{ne}, \quad (2)$$

则霍尔系数关于霍尔电势的表达式为

$$R = \frac{V_H a}{I_x B_z}, \quad (3)$$

若沿电流方向插入电极可测量电导电势 V_σ , 则样品材料的电导率表达式为

$$\sigma = \frac{I_x l}{V_\sigma a d}. \quad (4)$$

通过测量样品的霍尔系数与电导率随温度的变化情况, 可以计算样品的禁带宽度 E_g 与杂质电离能 E_i . 下面将列举多种测量 E_g 与 E_i 的原理和方法.

1.2 实验过程

实验采用 HT-648 型变温霍尔效应实验仪, 装置结构图如图 2 所示.

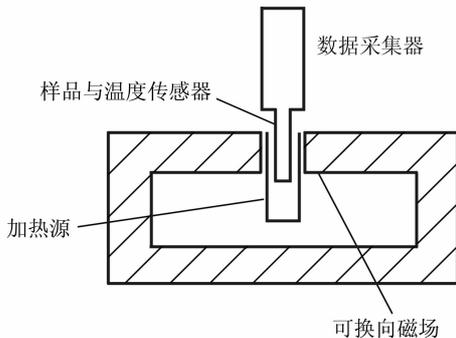


图 2 实验装置结构图

由励磁电源提供 200 mT 固定磁场. 实验中样品恒流选用 1 mA (避免电流过大使样品发热, 电流过小导致检测信号太弱), 样品内置温度传感器与数据采集器.

在测量样品的变温霍尔系数时, 先将样品放入杜瓦瓶中冷却至液氮温区, 再将样品转置如图 2 所示装置中加热并且施加 200 mT 磁场, 开启数据采集模式, 直至温度达到 410 K 时停止加热和数据采集.

在测量样品电导率 σ 时, 无需外加磁场, 可关闭励磁电源. 实验过程中利用如图 2 所示的加热装置, 通过加热升温的方式得到 σ 随 T 变化的曲线; 也可将样品加热到 410 K 后停止加热, 将样品先放在杜瓦瓶口进行降温并开始采集数据, 直到降至室温再缓慢将样品伸入杜瓦瓶内部, 最终达到液氮温区停止降温和数据采集.

1.3 禁带宽度

当样品处于高温时 (对于 N 型半导体 Ge, 温度高于 350 K 即认为达到高温), 样品处于本征导电区, 在该区间, 半导体材料内共价键上的电子会受热激发跃迁到导带上, 在原共价键上留下空穴. 显然, 导带上每增加 1 个电子, 价带上必然会增加 1 个空穴, 因此, 本征激发的电子浓度 n 和空穴浓度 p 应该相等, 统称为本征载流子浓度 n_i . 根据经典玻尔兹曼统计可得^[11]:

$$n_i = n = p = Z_1 T^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right), \quad (5)$$

其中, Z_1 为常量, T 为热力学温度, k 为玻尔兹曼常量. 对式 (5) 中的 $T^{\frac{3}{2}}$ 移项后, 对等式两边取对数, 可得到

$$\lg(n_i T^{-\frac{3}{2}}) = \lg Z_1 - \frac{E_g \lg e}{2k} \frac{1}{T}, \quad (6)$$

式 (6) 是一次函数形式, 其中 e 为自然常量. 通过拟合 $\lg(n_i T^{-\frac{3}{2}}) - T^{-1}$, 由斜率即可求出 E_g .

将式 (5) 代入式 (2) 可得霍尔系数为

$$R = Z_2 T^{-\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{E_g}{2kT}\right), \quad (7)$$

其中, Z_2 为常量.

在高温 ($T > 350$ K) 时, 在数值结果上 $T^{\frac{3}{2}}$ 项的变化对 n_i 的影响远小于 $\exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$ 项的影响, $T^{-\frac{3}{2}}$ 项的变化对 R 的影响远小于 $\exp\left(\frac{E_g}{2kT}\right)$ 项

的影响^[12], 则式(5)和式(7)可进一步简化为

$$n_i = n = p = Z_1 \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right), \quad (8)$$

$$R = Z_2 \exp\left(\frac{E_g}{2kT}\right). \quad (9)$$

在本征导电区(高温) σ 的表达式为^[11]

$$\sigma = Z_3 \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right), \quad (10)$$

其中, Z_3 为常量. 对式(7)~(10)取对数后, 拟合得到直线斜率, 得到 5 条关于禁带宽度的表达式

$$E_g = \begin{cases} -\frac{\Delta[\lg(n_i T^{-\frac{3}{2}})]}{\Delta T^{-1}} \frac{2k}{\lg e}, \\ -\frac{\Delta(\lg n_i)}{\Delta T^{-1}} \frac{2k}{\lg e}, \\ \frac{\Delta[\lg(RT^{\frac{3}{2}})]}{\Delta T^{-1}} \frac{2k}{\lg e}, \\ \frac{\Delta(\lg R)}{\Delta T^{-1}} \frac{2k}{\lg e}, \\ -\frac{\Delta(\lg \sigma)}{\Delta T^{-1}} \frac{2k}{\lg e}, \end{cases} \quad (11)$$

其中, σ 随温度变化的数据可通过升温和降温 2 种方式获得. 对比各种计算方式以及近似前后的结果, 可以确定测量 E_g 的最佳方案.

1.4 杂质电离能

当样品所处环境温度很低时, 杂质未能全部电离, 样品本征载流子浓度 n_i 与温度的关系^[11] 为

$$n_i = Z_4 T^{\frac{3}{4}} \exp\left(-\frac{E_i}{2kT}\right), \quad (12)$$

其中, Z_4 为常量. 杂质电离区的霍尔系数和电导率为

$$R = Z_5 T^{-\frac{3}{4}} \exp\left(\frac{E_i}{2kT}\right), \quad (13)$$

$$\sigma = Z_6 T \exp\left(-\frac{E_i}{2kT}\right), \quad (14)$$

其中, Z_5 和 Z_6 为常量. 对式(12)~(14)取对数,

拟合后通过直线斜率可计算出 E_i 为

$$E_i = \begin{cases} -\frac{\Delta[\lg(n_i T^{-\frac{3}{4}})]}{\Delta T^{-1}} \frac{2k}{\lg e}, \\ \frac{\Delta[\lg(RT^{\frac{3}{4}})]}{\Delta T^{-1}} \frac{2k}{\lg e}, \\ -\frac{\Delta[\lg(\sigma/T)]}{\Delta T^{-1}} \frac{2k}{\lg e}. \end{cases} \quad (15)$$

在实验过程中, 由于杂质电离区所处的环境温度远低于室温, 当样品从液氮中取出并放入恒磁场采集数据时, 样品温度会快速升高, 因此能够测得的低温数据点较少. 并且由于在测量样品 σ 时, 不需要对样品施加恒定磁场, 因此在测量 σ 时, 可以采用降温的方法, 即将样品加热到一定温度, 然后缓慢地放入液氮中降温, 这样能够获得更多的低温数据点. 实验采用上述 2 种方式测量 σ , 并通过对比判断采用哪种方法测量是否能够得到更精确的数值.

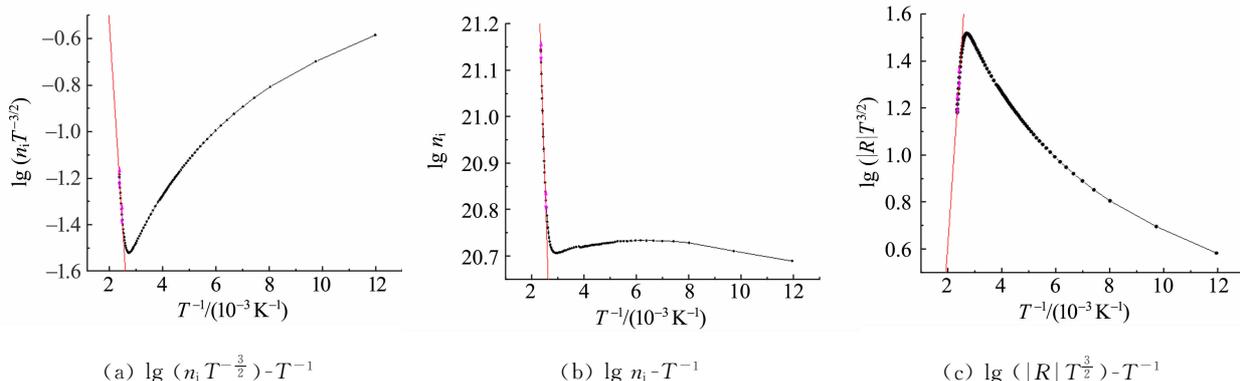
2 实验结果与讨论

实验采用的 Ge 标准样品 $l = 6 \text{ mm}$, $a = 4 \text{ mm}$, $d = 0.6 \text{ mm}$. 根据 $\lg R - T^{-1}$ 曲线可以判断出实验采用的是以晶格散射为主的 N 型高阻样品. 实验采用不同计算方法对数据进行处理, 计算 E_g 和 E_i .

2.1 禁带宽度

运用变温测 R , σ 和 n_i , 绘制 $\lg(n_i T^{-\frac{3}{2}}) - T^{-1}$ 曲线、 $\lg n_i - T^{-1}$ 曲线、 $\lg(|R| T^{\frac{3}{2}}) - T^{-1}$ 曲线、 $\lg |R| - T^{-1}$ 曲线以及升温和降温时的 $\lg \sigma - T^{-1}$ 曲线, 如图 3 所示.

根据图 3 中变温曲线高温本征导电区的斜率, 计算得到的样品的 E_g 如表 1 所示.



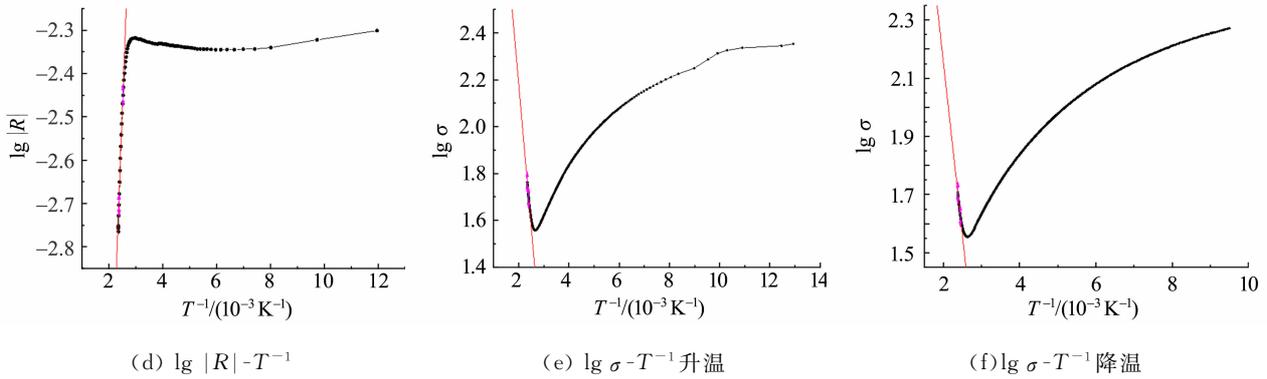


图 3 不同方法拟合本征导电区的斜率

表 1 不同方法计算得到的禁带宽度 E_g

计算方法	E_g/eV	E_i
$\lg(n_i T^{-3/2})-T^{-1}$	0.698	3.1%
$\lg n_i-T^{-1}$	0.690	4.2%
$\lg(R T^{3/2})-T^{-1}$	0.661	8.2%
$\lg R -T^{-1}$	0.656	8.8%
$\lg \sigma-T^{-1}$ 升温	0.485	32.6%
$\lg \sigma-T^{-1}$ 降温	0.471	34.6%

通过对比上述计算方法所得到的 E_g 可知:

1) $\lg(n_i T^{-3/2})-T^{-1}$ 曲线与 $\lg n_i-T^{-1}$ 曲线在计算结果上相似, 说明在本征导电区, 即高温时, $T^{-3/2}$ 项对数值结果的影响不大。

2) $\lg(|R| T^{3/2})-T^{-1}$ 曲线与 $\lg |R|-T^{-1}$ 曲线计算结果相近, 说明在本征导电区, 即高温时, $T^{3/2}$ 项对数值结果的影响不大。

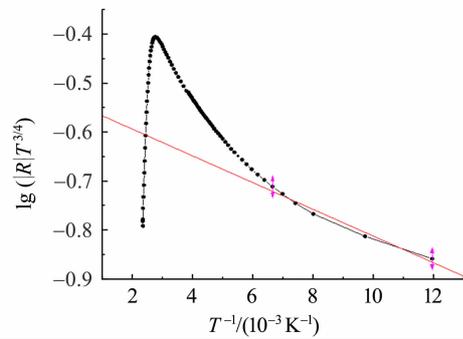
3) 相比简化后的 $\lg n_i-T^{-1}$ 曲线, 由未经过简化的 $\lg(n_i T^{-3/2})-T^{-1}$ 曲线求出的 E_g 值更接近文献[13]的参考值 0.72 eV; 同时相比简化后的 $\lg |R|-T^{-1}$ 曲线, 无简化的 $\lg(|R| T^{3/2})-T^{-1}$ 曲线计算得到的 E_g 值更接近文献参考值(0.72 eV)。

4) $\lg \sigma-T^{-1}$ 升温与降温曲线所得结果相近, 计算得到的 E_g 存在较大偏差。

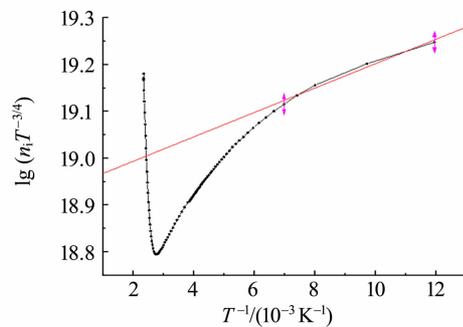
2.2 杂质电离能

绘制 $\lg(|R| T^{3/4})-T^{-1}$ 曲线、 $\lg(n_i T^{-3/4})-T^{-1}$ 曲线以及 $\lg(\frac{\sigma}{T})-T^{-1}$ 升温和降温曲线, 如图 4 所示。

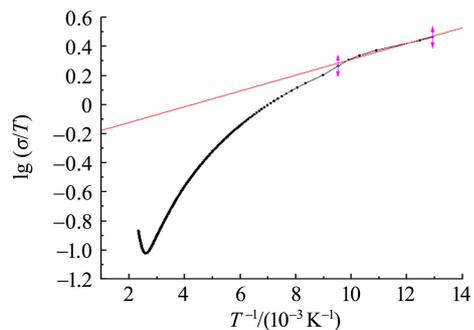
根据图 4 中变温曲线高温本征导电区的斜率, 计算得到的样品的 E_i 如表 2 所示。



(a) $\lg(|R| T^{3/4})-T^{-1}$ 升温



(b) $\lg(n_i T^{-3/4})-T^{-1}$ 降温



(c) $\lg(\frac{\sigma}{T})-T^{-1}$ 升温

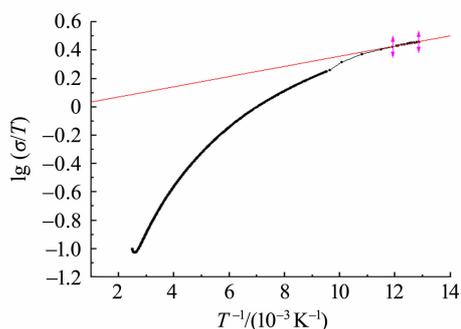
(d) $\lg\left(\frac{\sigma}{T}\right)-T^{-1}$ 降温

图 4 不同方法拟合杂质电离区的斜率

表 2 不同方法计算得到的杂质电离能 $|E_i|$

计算方法	E_i/eV	E_i
$\lg(R T^{\frac{3}{4}})-T^{-1}$	0.010 3	18.8%
$\lg(n_iT^{-\frac{3}{4}})-T^{-1}$	0.011 3	11.0%
$\lg\left(\frac{\sigma}{T}\right)-T^{-1}$ 升温	0.021 6	70.0%
$\lg\left(\frac{\sigma}{T}\right)-T^{-1}$ 降温	0.014 3	12.5%

通过对比图 4(a)~(d)所得到的 E_i 计算结果可知:

1) $\lg(|R|T^{\frac{3}{4}})-T^{-1}$ 曲线和 $\lg(n_iT^{-\frac{3}{4}})-T^{-1}$ 曲线所得结果与文献[14]理论值(0.012 7 eV)基本符合,但在数据处理过程中,由于能够用于低温拟合的数据点较少,算出的结果信服力不足。

2) 利用 $\lg\left(\frac{\sigma}{T}\right)-T^{-1}$ 升温电导率数据计算杂质电离能时存在很大偏差,原因为杂质电离区属于低温范围,升温测量时温度变化快,可用于拟合计算的低温数据点少。

3) 比较 $\lg\left(\frac{\sigma}{T}\right)-T^{-1}$ 升温和降温方法,利用降温得到的 σ 数据计算 E_i 更准确,原因为降温过程能够获得更多低温数据点。

3 结 论

拟合 $\lg(n_iT^{-\frac{3}{2}})-T^{-1}$, $\lg n_i-T^{-1}$, $\lg(|R|T^{\frac{3}{2}})-T^{-1}$, $\lg|R|-T^{-1}$ 及 $\lg\sigma-T^{-1}$ 的斜率,计算得到样品的禁带宽度。其中无简化的 $\lg(n_iT^{-\frac{3}{2}})-T^{-1}$ 和 $\lg(|R|T^{\frac{3}{2}})-T^{-1}$ 方法的计算结果更加准确。同时,处在本征导电区(高温时),温度项对实验结

果的影响较小,为方便计算可以忽略。由于电导率受到载流子迁移率的影响,同时载流子迁移率又受温度影响[2],因此在高温时利用 $\lg\left(\frac{\sigma}{T}\right)-T^{-1}$ 曲线的方法测量禁带宽度时偏差较大。综上所述,在测量禁带宽度时,利用 $\lg(n_iT^{-\frac{3}{2}})-T^{-1}$ 与 $\lg(|R|T^{\frac{3}{2}})-T^{-1}$ 曲线进行计算,结果更为准确。

拟合 $\lg(n_iT^{-\frac{3}{4}})-T^{-1}$, $\lg(|R|T^{\frac{3}{4}})-T^{-1}$, $\lg\left(\frac{\sigma}{T}\right)-T^{-1}$ 的斜率,计算得到样品的杂质电离能。结果表明:利用降温的 $\lg\left(\frac{\sigma}{T}\right)-T^{-1}$ 曲线测量样品电导率随温度的变化进而测量样品的杂质电离能,可以提供更多低温下有效数据点,能够进一步减小实验误差。

参考文献:

- [1] Nyce D S. The Hall effect [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2004:109-121.
- [2] 符斯列,王春安,陈俊芳. 变温霍尔效应测量 n 型锗半导体薄膜禁带宽度[J]. 实验科学与技术, 2010, 8(2):15-17.
- [3] 普特来 E H,傅德中. 霍尔效应及有关现象[M]. 上海:上海科学技术出版社,1964:59-61.
- [4] 朱俊杰,刘磁辉,林碧霞,等. 范德堡方法在 ZnO 薄膜测试中的应用[J]. 发光学报,2004,25(3):317-319.
- [5] Elzwawy A, Piskin H, Akdogan N, et al. Current trends in planar Hall effect sensors: Evolution, optimization, and applications [J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 2021,54(35):353002.
- [6] Cheng J, Liu D P, Dong P, et al. Photonic spin Hall effect in a parity-time symmetric cavity and its sensing application [J]. Optics Communications, 2021,498(5):127247.
- [7] Morkoc H, Strite S, Gao G B, et al. Large-band-gap SiC, III-V nitride, and II-VI ZnSe-based semiconductor device technologies [J]. Journal of Applied physics, 1994,76(3):1363-1398.
- [8] Maekura T, Tanaka K, Motoyama C, et al. Effect of n-type doping level on direct band gap electroluminescence intensity for asymmetric metal/Ge/metal diodes [J]. Semiconductor Science and Technology, 2017,32(10):104001.
- [9] 周凤林. 半导体中深能级杂质的理论(综述)[J]. 南京邮电学院学报,1984,4(2):59-68.

- [10] 何菊生,张萌,潘华清,等. 基于变温霍尔效应方法的一类 n-GaN 位错密度的测量[J]. 物理学报, 2017,66(6):227-233.
- [11] 吴先球,熊予莹. 近代物理实验教程[M]. 2 版. 北京:科学出版社,2009:216-223.
- [12] 王春安,闫俊虎. 变温霍尔效应测量浅掺杂 n 型锗半导体薄膜的电学特性[J]. 信息记录材料, 2010, 11(3):56-59.
- [13] Persson C, Nur O, Willander M, et al. Electronic band-edge structure, effective masses, and optical absorption of $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ using an extended FPLAPW/VCA/LDA+U computational method [J]. Brazilian Journal of Physics, 2006,36(2A):447-450.
- [14] Madelung O. Semiconductors-basic data [M]. Heidelberg: Springer, 1996:11-14.

Calculation of the ionization energy and band gap of N-type Ge by temperature-dependent Hall effect

ZHENG Zi-han, HUANG Zhi-hao, FU Si-lie

(National Demonstration Center for Experimental Physics Education, School of Physics and Communication Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510003, China)

Abstract: Through the experiments of temperature-dependent Hall effect, the electrical characteristic of a N-type Ge sample was measured within a temperature range of 77~420 K. The sample band gap width E_g was obtained according to the calculation of the slope of data curves in high-temperature intrinsic conductive region, and the ionization energy impurity E_i according to that in low-temperature impurity ionization region. It could be concluded that $\lg(n_i T^{-\frac{3}{2}})-T^{-1}$ and $\lg(|R| T^{\frac{3}{2}})-T^{-1}$ curves were suitable for calculating E_g and cooling $\lg\left(\frac{\sigma}{T}\right)-T^{-1}$ curve was suitable for calculating E_i .

Key words: temperature-dependent Hall effect; band gap; ionization energy impurity; N-type Ge semiconductor

[责任编辑:任德香]

欢迎订阅 欢迎投稿

《物理实验》是由教育部主管、东北师范大学主办的学术期刊,是教育部高等学校物理学类专业教学指导委员会会刊,是中国高等学校实验物理教学研究会副秘书长单位,是高等学校物理演示实验教学研究会常务理事单位. 本刊宗旨主要是交流物理实验研究成果,介绍国内外物理实验教学经验,培养读者的科学精神与创新能力,引领我国物理实验教学的改革与发展. 杂志着重刊载对物理实验教学改革与发展具有前瞻性,对实验教学的具体问题具有指导性,对新科技成果应用于实验教学具有深度融合性,对传统实验内容具有拓展性和创新性的论文. 目前开设的主要栏目有:前沿导读、近代与综合实验、扩展与应用、普通物理实验、教学论坛、专题、互联网+物理、学生园地、基础教育等. 《物理实验》适合于物理实验工作者、理工科学生以及教学仪器研制技术人员阅读.

《物理实验》为月刊,全国各地邮局均可订阅,邮发代号为 12-44. 若错过邮局订阅时间,可直接与编辑部联系.