

文章编号:1005-4642(2022)08-0014-06



高阶彩虹现象的观测及其色散特性研究

刘 涵¹, 李咏璇¹, 区艺锋¹, 颜秉琪¹, 苏琪淇¹, 彭 力^{1,2}

(1. 华南师范大学 物理与电信工程学院, 广东 广州 510006;

2. 华南师大(清远)科技创新研究院有限公司, 广东 清远 511517)

摘 要:最小偏向角是研究高阶彩虹现象的重要特征参量. 设计了基于环形光屏的高阶彩虹观测装置, 能够观测到清晰的 1~6 阶虹, 实现了虹与霓现象的复现, 通过读取环形光屏上的角坐标即可测定高阶彩虹的最小偏向角. 探讨了不同波长的激光入射时, 虹与霓的偏向角随入射角的变化, 进一步解释了彩虹的色散规律. 根据角坐标的测量值可以推导出圆柱介质的折射率.

关键词:虹; 霓; 高阶虹; 最小偏向角

中图分类号: O435.1; O436.3

文献标识码: A

DOI: 10.19655/j.cnki.1005-4642.2022.08.003

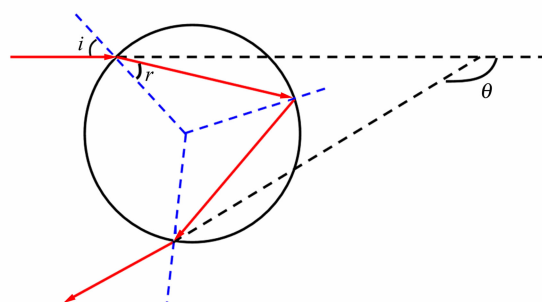
虹与霓是大气中常见的自然现象, 可以在实验室搭建装置, 实现彩虹现象的再现与展示^[1], 探究彩虹的偏振特性^[2]. 也有文献报道液柱彩虹系统^[3]、全场彩虹技术反演算法^[4]等. 但目前关于 3 级以上彩虹的研究相对较少, 对高阶彩虹现象的研究多采用单色激光进行演示^[5], 而缺少对高阶虹的最小偏向角、色散规律等物理特性的研究. 高阶虹形成的本质为光的散射强度在特定角度达到极大值的现象, 光线在最小偏向角附近聚集才形成了虹. 因此, 最小偏向角是研究高阶虹的重要特性参量.

本文从高阶虹形成的原理出发, 搭建了基于环形光屏的高阶彩虹观测装置, 通过读取装置光屏上的角坐标实现最小偏向角的精确测定. 采用不同波长的激光入射, 进一步探究了高阶虹的色散规律. 本设计获得 2021 年第 7 届全国大学生物理实验竞赛一等奖.

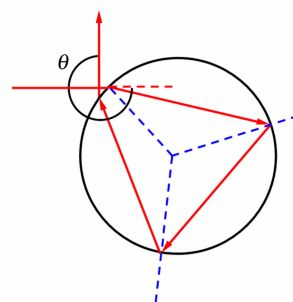
1 虹、霓及高阶虹的形成原理

虹与霓形成的光路图如图 1 所示. 在球形液滴中发生 2 次折射、1 次反射后的光线会聚形成

了虹, 发生 2 次折射、2 次反射后的光线会聚形成了霓.



(a) 虹



(b) 霓

图 1 虹与霓形成的光路图

收稿日期: 2022-02-10; **修改日期:** 2022-05-07

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No. 61975058)

作者简介: 刘 涵 (2000—), 女, 广东梅州人, 华南师范大学物理与电信工程学院 2019 级本科生. E-mail: 20192321048@m.scnu.edu.cn

通讯作者: 彭 力 (1978—), 男, 湖南桑植人, 华南师范大学物理与电信工程学院讲师, 博士, 研究方向为光电技术及应用. E-mail: pengli27@126.com

出射光线与入射光线的夹角即为偏向角 θ . 并非所有入射球形液滴的光线出射后都能形成虹,而是存在特定的最小偏向角 θ_0 ,光线在该角附近聚集即形成了虹^[6]. 由几何关系及斯涅耳定律,可导出虹的最小偏向角为

$$\theta_0 = 2\arcsin\left(\sqrt{\frac{4}{3} - \frac{n^2}{3n_0^2}}\right) - 4\arcsin\left(\frac{n_0}{n}\sqrt{\frac{4}{3} - \frac{n^2}{3n_0^2}}\right) + \pi, \quad (1)$$

其中, n_0 为空气的折射率, n 为液滴的折射率. 与最小偏向角 θ_0 对应,光线入射角存在极值 i_0 . 当入射角 i 在 i_0 附近变化时, θ 随 i 变化缓慢,宏观上表现为光线聚集于 θ_0 处,即光强在最小偏向角附近为极大值.

当入射角 i 从 0 到 90° 变化时,偏向角 θ 先减小然后增大,宏观上表现为出射光斑先向某方向缓慢移动,当 $i > i_0$ 时,出射光斑朝反方向移动,这是虹与霓在最小偏向角 θ_0 附近出现的特殊现象^[7].

以上讨论均基于单色光,若产生彩色的虹必须使用白光入射. 根据光的色散,介质对不同波长光的折射率不同,因此不同波长光将有不同的最小偏向角 θ_0 ^[8],如图2所示. 不同波长光的极值点彼此错开形成彩色的虹光带^[9].

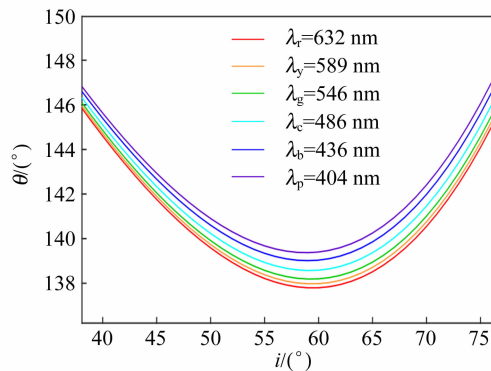


图2 虹的色散规律

光在介质中经过多次反射、折射不仅能形成二阶虹(霓),还能形成高阶虹(图3). 若光束在介质中经历了 K 次反射,则定义该光束形成的虹为 K 阶虹^[10]. 由几何关系可得偏向角 θ 与入射角 i 、折射角 r 的关系为

$$\theta = 2(i - r) + K(\pi - 2r). \quad (2)$$

由斯涅耳定律及 K 可计算各阶虹的理论位置.

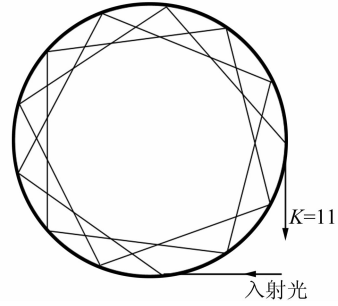


图3 高阶虹形成的光路示意图(以 $K=11$ 为例)

2 装置设计

2.1 圆球与圆柱对彩虹形状的影响

为克服自然情境中液滴非球形、不均匀等因素对高阶虹呈现效果的影响,选用了折射率 $n=1.51$ 的玻璃介质进行实验,该介质更有利于定量探究. 自然界中常见的虹为半圆形或拱形,实际上,若复色光正对玻璃圆球均匀照射,将会形成圆环状的彩虹.

图4(a)中,使入射平面绕直径旋转1周,光屏上将得到圆环状彩虹. 图4(b)中,使入射平面上下平移,光屏上将得到条状彩虹. 将圆球介质替换为圆柱介质,选定入射平面测量偏向角更加方便,所以采用玻璃圆柱作为实验样品.

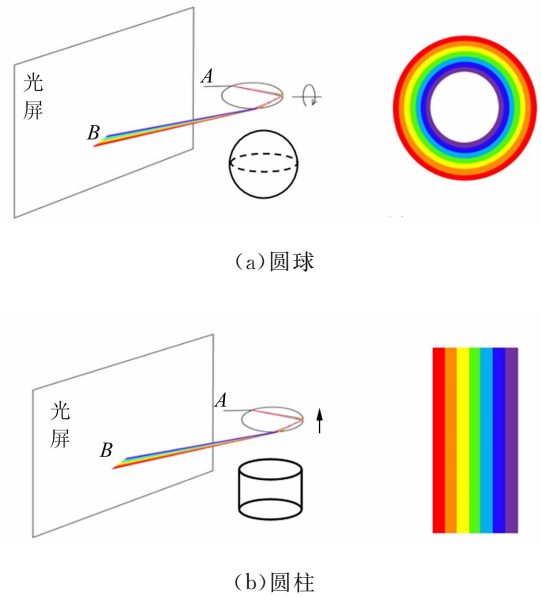


图4 圆球与圆柱对彩虹形状的影响

2.2 高阶虹最小偏向角的测量方法

为更好地测量最小偏向角 θ_0 ,除了替换介质形状以外,还设计了基于环形光屏的测量装置,推

导了所设计环形光屏上的角坐标 φ 与待测偏向角 θ 之间的关系式. 装置结构如图 5 所示.

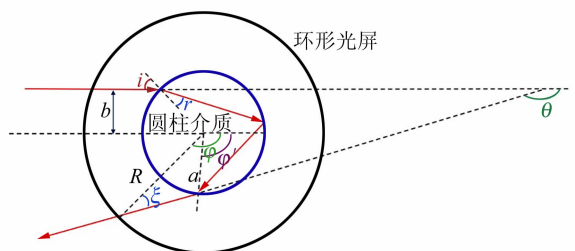


图 5 环形光屏观测装置结构示意图

设环形光屏的半径为 R , 圆柱介质的半径为 a . 入射光线与圆柱横截面直径方向之间的距离为 b . 设介质中光线出射点到圆心的半径与水平方向的夹角为 φ' , 光屏成像点和圆心的连线与出射光线的夹角为 ξ , 光屏上成像点的角坐标为 φ . 由几何关系得:

$$\theta - \varphi' = i + 2m\pi, \quad (3)$$

$$\varphi - \varphi' = i - \xi, \quad (4)$$

其中 m 为整数. 在折射率确定时, 各阶虹有唯一确定的 m 使得偏向角 θ 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 之间.

在图 5 含有 ξ 的三角形中, 由正弦定理得:

$$\frac{\sin \xi}{a} = \frac{\sin(\pi - i)}{R}. \quad (5)$$

联立式(3)~(5), 得

$$\theta = \varphi + i - \arcsin \left\{ \sin i \left[\sqrt{1 - \left(\frac{a}{R} \sin i \right)^2} - \sqrt{\left(\frac{a}{R} \right)^2 (1 - \sin^2 i)} \right] \right\} + 2m\pi. \quad (6)$$

由式(6)可知, 只需读出各阶虹在光屏上的角坐标读数 φ , 即可求得偏向角 θ .

2.3 实验平台的搭建

实验装置如图 6 所示, 装置主要由复色光系统、观测与读数系统、激光器 3 部分组成. 在进行高阶虹观测及最小偏向角测量实验时, 主要用到前 2 部分.

1) 装置左侧为复色光系统, 调节可移动底座使复色光经透镜准直后变为平行光. 透镜后配备了光阑可获得不同尺寸的平行光束. 底座下面安装游标卡尺, 通过读取底座滑动前后的刻度, 可以获得参量 b , 结合柱体半径 a 可得入射角 i .

2) 装置右侧为观测与读数系统. $a = 40 \text{ mm}$ 的圆柱形介质置于底部圆盘中央, 确保二者中心转轴重合. 圆盘四周是标有 $0^\circ \sim 360^\circ$ 刻度的环形

光屏. 光屏左侧的开口用以通过平行光束. 在光屏上可清晰观测高阶虹, 读出各阶虹的角坐标.

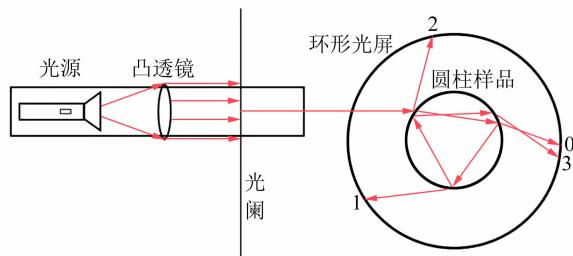


图 6 观测高阶虹的实验装置示意图

当进行虹霓现象色散规律的探究实验时, 将载物台上的复色光源、透镜和光阑取下, 直接放置激光器, 适当调整激光器的方位, 确保激光光路通过圆盘 $0^\circ \sim 180^\circ$ 水平线.

3 实验结果与探讨

3.1 虹与霓现象的复现

实验模拟了太阳光照在球形液滴上产生的虹与霓现象. 在圆盘中心放置玻璃球, 调节光源、透镜、光阑、介质等高共轴. 调节透镜的位置, 使出射光为平行光. 调节光阑的宽度, 使平行光束能够完整照射整个玻璃球, 即玻璃球在平行光束范围内.

对于本实验装置, 玻璃球的直径为 70 mm , 因此光阑的宽度设置为 70 mm . 在光屏上观察到的实验现象如图 7 所示.

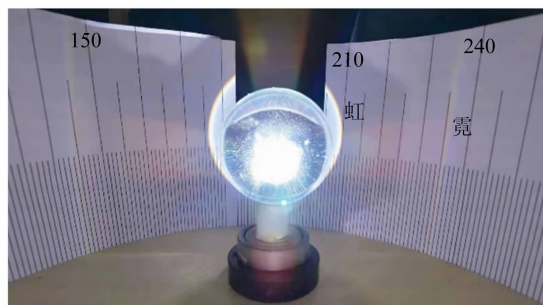


图 7 虹与霓现象的复现

图 7 中所观察到的彩色圆弧为虹, 在外侧光强稍弱的彩色条纹为霓. 两者色彩顺序相反, 前者为外红内紫, 后者为外紫内红, 实验结果与理论相符. 由于受到光屏尺寸的限制, 光屏上只能呈现部分霓. 由图 7 可见, 在当前情况下测出空间中的最小偏向角比较困难.

3.2 高阶虹观测与角坐标测量

根据前文所述的角度测量方法,计算出前 6 阶虹的理论角坐标位置如图 8 所示.

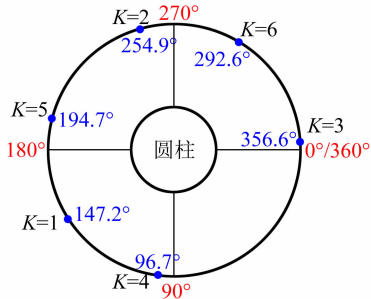


图 8 高阶虹的角坐标理论位置

使用如图 6 所示的实验装置,进行高阶虹角坐标测量. 调节光阑宽度,使准直后的平行光照射圆柱的上半部分,观察现象并读数. 由于光强随着阶次增加逐渐减弱,为提高反射率,在圆柱体介质第一次发生反射的位置贴半透半反膜,实验现象如图 9~10 所示.

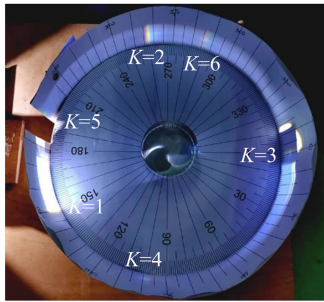
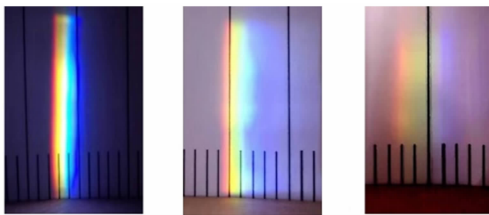
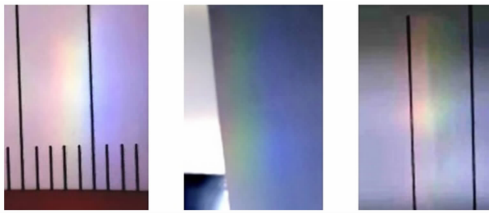


图 9 高阶虹现象



(a) $K=1$ (b) $K=2$ (c) $K=3$



(d) $K=4$ (e) $K=5$ (f) $K=6$

图 10 1~6 阶虹

可见,各阶虹分布在光屏的不同位置上,随着阶数增加,光强逐渐减弱. 读取光屏上虹出现的位置,将其与理论值对比,如图 11 所示.

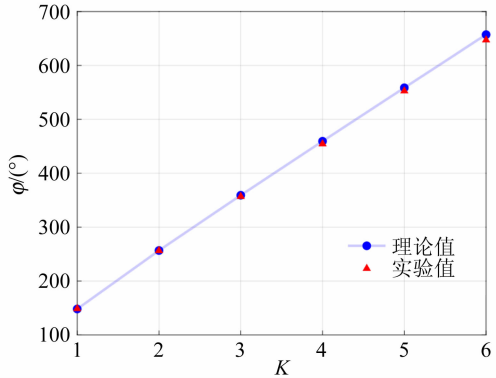


图 11 高阶虹的角坐标实验值与理论对比

由图 11 可知,实验结果与理论值符合得较好. 由式(1)可知,最小偏向角 θ_0 与折射率 n 有关, θ_0 与其角坐标 φ_0 的关系由式(6)确定. 推导出不同折射率 n 下的角坐标 φ_0 表达式[见下文式(8)],即可在一定条件下由实验所得的角坐标 φ_0 得到介质的折射率 n .

3.3 虹与霓的色散规律探究——不同波长条件下虹与霓的偏向角随入射角的变化

激光的单色性较好,选用波长分别为 $\lambda_{\text{red}} = 650.0 \text{ nm}$, $\lambda_{\text{green}} = 526.8 \text{ nm}$, $\lambda_{\text{blue}} = 418.8 \text{ nm}$ 的激光来探究虹与霓的色散规律. 光屏上激光光斑的尺寸如表 1 所示($z=76 \text{ cm}$).

表 1 光屏上激光光斑的半径

λ/nm	$w(z)/\text{mm}$
650.0	0.734
526.8	0.735
418.8	0.725

将底座上的复色光源、透镜和光阑取下,放置蓝色激光器,确保激光光路通过圆盘 $0^\circ-180^\circ$ 水平线. 缓缓推动底座,使激光入射角 i 从 0° 到 90° 变化,如图 12 所示.

观察光线在圆柱介质内经过 1 次反射后出射的光斑在环形光屏移动的轨迹和最小偏向角. 读取底座下游标卡尺的读数,根据图 5,入射角 i 与参量 b 的对应关系为

$$\sin i = \frac{b}{a}. \quad (7)$$



图 12 使用单色激光照射圆柱

参量 b 每改变 5 mm 记录虹在光屏上对应的角坐标 φ . 再根据式(6), 由角坐标 φ 即可得到偏向角 θ . 换用红色、绿色激光重复上述实验.

根据介质对应波长的折射率, 可以计算不同入射角 i 对应的偏向角 θ 的理论值, 绘制理论曲线. 实验结果与理论曲线对比, 如图 13 所示. 图 13 中的蓝色实验点整体处于最上方, 红色实验点整体处于最下方, 而且实验点与理论曲线符合得较好.

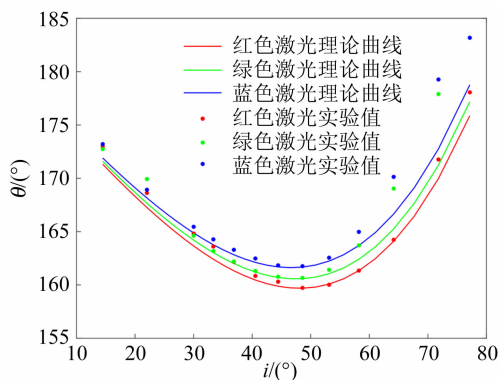


图 13 虹的色散规律探究实验结果

同时, 不同波长光的最小偏向角 θ_0 不同. 在入射角 i 比较小时, 不同波长光的偏向角 θ 差异不大, 曲线几乎重合, 当逐渐接近最小偏向角 θ_0 位置时, 偏向角 θ 差异变大, 曲线开始分开, 极值点彼此错开, 形成虹光带.

同理, 观察经过 2 次反射后出射的光斑在环形光屏移动的轨迹, 探究霓的色散规律, 实验结果与理论曲线对比如图 14 所示. 图 14 表明: 霓同样也是在极值点附近曲线差距较大, 两边差距较小. 这解释了为什么当偏向角 θ 比较小时不能观察到虹, 只有在特定的角度才能够观察到虹现象.

对实验数据进行拟合, 找到极值点, 得到虹与霓的最小偏向角 θ_0 , 实验结果如表 2 所示.

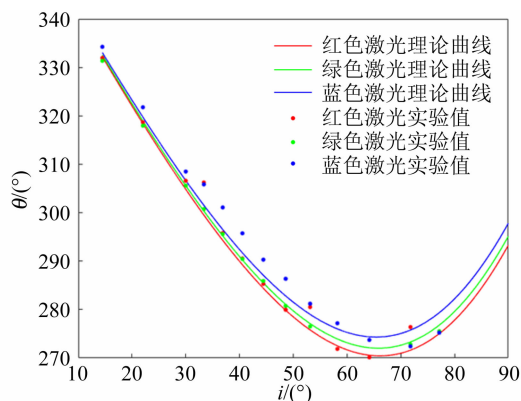


图 14 霓的色散规律探究实验结果

表 2 用激光器测量虹与霓的最小偏向角

λ/nm	$\theta_0/(\circ)$	
	虹	霓
650.0	159.8	268.6
526.8	160.4	270.3
418.8	161.5	273.5

4 应用拓展——利用高阶虹角坐标测量介质的折射率

在完成上述实验的基础上, 本装置能够根据高阶虹的位置测定介质的折射率 n . 由于偏向角 θ 与折射率 n 有关, 结合式(6), 可计算不同折射率 n 下各阶虹的角坐标 φ , 可得各阶虹出现的角坐标 φ 与折射率 n 的变化关系.

记各阶虹最小偏向角 θ_0 对应的入射角为 i_0 、折射角为 r_0 . 圆柱介质的半径 a 与环形光屏的半径 R 之比为倍率 M , 本实验装置 $M=0.226$. 记 $x_0 = \sin i_0, y_0 = \sin r_0$. 由几何关系及斯涅耳公式推导出 $K=1\sim 4$ 阶虹对应的 x_0 和 y_0 为

$$x_0^{K=1} = \sqrt{\frac{4}{3} - \frac{n^2}{3n_0^2}}, x_0^{K=2} = \sqrt{\frac{9}{8} - \frac{n^2}{8n_0^2}},$$

$$x_0^{K=3} = \sqrt{\frac{16}{15} - \frac{n^2}{15n_0^2}}, x_0^{K=4} = \sqrt{\frac{25}{24} - \frac{n^2}{24n_0^2}},$$

$$y_0^K = \frac{n_0}{n} x_0.$$

结合式(2)和式(6), 得 $K=1\sim 4$ 阶角坐标为

$$\varphi_0^K = K\pi + \arcsin(x_0^K) - (2K+1)\arcsin(y_0^K) + \arcsin\{x_0[\sqrt{1-(Mx_0)^2} - \sqrt{M^2(1-x_0^2)}]\}.$$

(8)

取折射率 $n=1.30\sim 1.50$, 绘制 $1\sim 4$ 阶虹出现的角坐标 φ 与折射率 n 的变化, 如图 15 所示. 由图 15 可得, 角坐标 φ 随折射率 n 单调变化, 因此, 如果某圆柱形介质的折射率 n 未知, 在实验测出各阶虹的角坐标 φ 的情况下, 由图 15 或根据式 (8) 可以求出 $K=1\sim 4$ 阶虹分别对应的折射率 n , 求平均值作为折射率的测量结果.

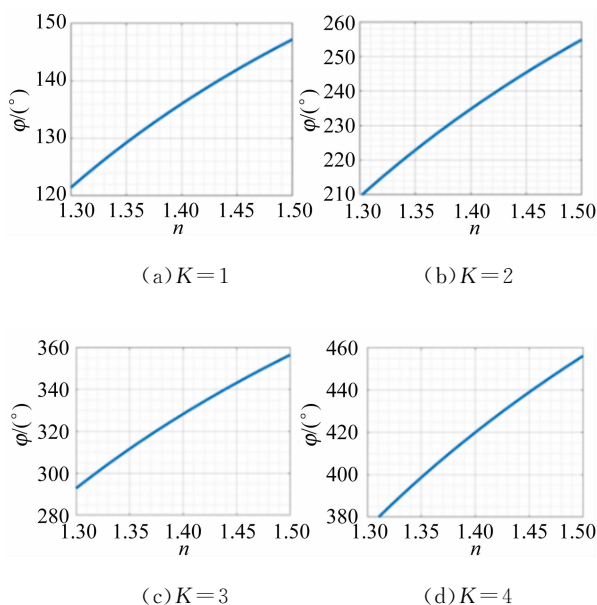


图 15 角坐标 φ 随折射率 n 的变化关系

举例: 在某次实验中, 圆柱形介质的折射率 n 未知, 测出光屏上出现高阶虹的角坐标, 由式 (8) 得到 $K=1\sim 4$ 对应的折射率, 如表 3 所示.

表 3 由光屏上高阶虹的角坐标计算的折射率

K	$\varphi/(^{\circ})$	n
1	148.6	1.51
2	256.4	1.51
3	356.9	1.50
4	454.4	1.49

平均值 $\bar{n}=1.50$, 即待测圆柱形介质的折射率为 1.50, 与标准值 1.51 相比, 所测结果在误差允许范围内.

5 结束语

设计了高阶彩虹现象的综合探究装置, 采用不同波长的激光入射, 研究了虹与霓的色散规律, 设计了利用高阶虹的角坐标测定介质折射率的方法. 将该装置引入中学或者大学物理教学中, 可以为彩虹光学现象的研究提供实验平台. 该实验不仅可以激发学生的学习兴趣, 引导学生探索自然界中的物理现象, 还可以提高学生的动手实践能力, 培养学生的创新精神, 加深学生对大气光学现象的理解.

参考文献:

- [1] 李志有, 孙敬姝, 梁浩, 等. 彩虹现象的演示[J]. 物理实验, 2008, 28(3): 38-40.
- [2] 贾嘉琪, 黄振, 许清滢, 等. 从波动光学角度解析彩虹[J]. 大学物理, 2021, 40(11): 69-73, 79.
- [3] 胡月. 液柱激光彩虹测量及应用研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2013.
- [4] 宋飞虎, 李臻峰. 基于优化过程的全场彩虹技术反演算法[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(7): 071203.
- [5] Ng P H, Tse M Y, Lee W K. Observation of high-order rainbows formed by a pendant drop [J]. Journal of the Optical Society of America B, 1998, 15(11): 2782-2787.
- [6] Nussenzveig H M. The theory of the rainbow [J]. Scientific American, 1977, 236: 116-128.
- [7] Whitaker R J. Physics of the rainbow [J]. Physics Teacher, 1974, 12(5): 283-286.
- [8] Casini G, Covello A. The "rainbow" in the drop [J]. American Journal of Physics, 2012, 80(11): 1026-1034.
- [9] 王思慧, 王宁悦, 周惠君. 多重彩虹演示实验[J]. 大学物理, 2012, 31(10): 22-24.
- [10] Walker J D. Multiple rainbows from single drops of water and other liquids [J]. American Journal of Physics, 1976, 44(5): 421-433.

(下转 27 页)

- [9] Lhuissier H, Tagawa Y, Tran T, et al. Levitation of a drop over a moving surface [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013,733:R4.
- [10] Visser C W, Frommhold P E, Wildeman S, et al. Dynamics of high-speed micro-drop impact: Numerical simulations and experiments at frame-to-frame times below 100 ns [J]. *Soft Matter*, 2015, 11(9):1708-1722.

Research on dynamic hydrophobicity of water droplets

GUO Jia-wei, CHEN Jing, CHEN Zong-qiang, KONG Yong-fa

(School of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract: When a water droplet impacts on a horizontally rotating surface, the phenomenon that the droplet may be reflected is called dynamical hydrophobicity. The analysis shows that the dynamical hydrophobicity is caused by the interaction between the air film on the moving surface and the water droplets. In this paper, the theoretical analysis was carried out from the two aspects—the supporting effect of the flowing air film for water droplets and the impact effect of falling water droplets on the air film. The critical condition for the dynamical hydrophobicity was obtained. The results showed that the critical velocity of the horizontal surface increased with the increase of the droplet height and the droplet radius. The experimental device was built, and the effects of parameters such as the droplet height, the droplet radius, and the rotation rate of the horizontal surface on the dynamical hydrophobicity of water droplets were studied. The results of experiment agreed with the theoretical analysis.

Key words: dynamic hydrophobicity; horizontally rotating surface; air film; critical condition

[责任编辑:任德香]

(上接 19 页)

Observation of higher-order rainbow and research of its dispersion characteristics

LIU Han¹, LI Yong-xuan¹, OU Yi-feng¹, YAN Bing-qi¹, SU Qi-qi¹, PENG Li^{1,2}

(1. School of Physics and Telecommunication Engineering,

South China Normal University, Guangzhou 510006, China;

2. SCNU Qingyuan Institute of Science and Technology Innovation Co. Ltd., Qingyuan 511517, China)

Abstract: The angle of minimum deviation is an important characteristic parameter to study the phenomenon of high-order rainbow. In this paper, a high-order rainbow observation device based on the annular light screen was designed, which could observe clearly the high-order rainbow from 1st to 6th order and realize the reproduction of the rainbow and neon. The angle of minimum deviation of the high-order rainbow was determined by reading the angular coordinates on the annular light screen. In addition, the relationship between the deviation angle of rainbow and neon and the incident angle was discussed when the laser of different wavelengths was incident, and the law of rainbow dispersion was further explained afterwards. The refractive index of cylindrical media was derived from the angular coordinates.

Key words: rainbow; neon; high-order rainbow; angle of minimum deviation

[责任编辑:任德香]