

文章编号: 1005-4642(2022)12-0035-05

## 基于排水法的自动化弹性模量测量实验

陈汉忠<sup>a</sup>, 李忠遇<sup>a</sup>, 王哲涛<sup>b</sup>, 程琳<sup>b</sup>

(浙江理工大学 a. 启新学院; b. 理学院, 浙江 杭州 310018)

**摘 要:** 利用排水法将金属丝的微小伸长量转化为圆柱棒排开水体积的变化量, 采用压力传感器读取增减砝码时的压力值, 通过单片机处理数据后在显示屏上自动显示弹性模量的数值, 实现金属丝弹性模量的自动化测量. 本设计将物理原理和自动化知识相结合, 实验操作简单, 误差小, 能够实现弹性模量的自动化测量.

**关键词:** 弹性模量; 排水法; STM32 单片机; 自动化测量

**中图分类号:** O343

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.19655/j.cnki.1005-4642.2022.12.006

弹性模量是衡量各向同性弹性体刚度的物理量<sup>[1]</sup>, 其定义为在胡克定律适用范围内, 单轴应力  $\frac{F}{S}$  与单轴应变  $\frac{\Delta L}{L}$  之间的比值, 即

$$Y = \frac{F/S}{\Delta L/L} \quad (1)$$

因此, 对弹性模量的测量, 主要集中于对微小变化量  $\Delta L$  的测量. 大学物理实验课程中主要采用光杠杆法对  $\Delta L$  进行放大测量, 但光杠杆法所需仪器空间占用较大, 放大效果有限, 测量易受干扰. 除此之外, 也有许多其他方法测量金属丝的弹性模量, 如位移光栅尺法<sup>[2]</sup>、激光三角法<sup>[3]</sup>、悬臂梁法<sup>[4]</sup>、激光准直法<sup>[5]</sup>、基于迈克耳孙干涉仪测量金属丝的弹性模量、光纤传感器测量金属丝的弹性模量<sup>[6]</sup>等, 但这些方法原理复杂, 操作难度大, 测量仪器较昂贵. 对此, 本文设计了利用排水法来测量金属丝微小变化量的装置, 实现对金属丝拉升长度变化量的间接测量. 排水法实验装置结构如图 1 所示. 在托盘上添加砝码, 金属丝会因所加砝码重力的作用向下拉伸, 圆柱棒也会向下移动从而导致水面上升, 通过测量水面上升的距离, 可间接得到金属丝拉伸的长度, 实现对微小变化量的测量.

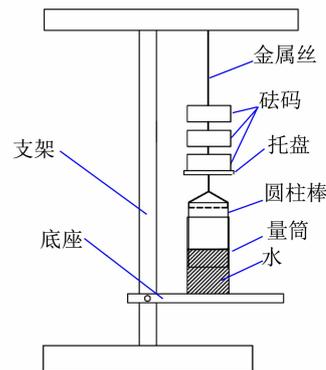


图 1 排水法测量原理图

利用排水法测量弹性模量会出现各处位置的水面不等高的情况, 这是由于圆柱棒与量筒的中心轴线位置发生偏离, 两壁空隙较窄的一侧出现水的浸润现象所导致, 大量的实验研究表明液面较难控制水平, 上下液面高度差有时可达 1 cm, 液面读数有一定的偏差, 如图 2 所示.

综上所述, 无论是排水法还是光杠杆法, 都不能精确读数, 而且实验数据还需人工进行后续处理. 当前也有一些自动化测量弹性模量的仪器, 如高精度全自动弹性模量测量仪<sup>[7]</sup>、基于光电传感器的金属弹性模量系统<sup>[8]</sup>、弹性体碰撞时间测

**收稿日期:** 2022-05-09; **修改日期:** 2022-10-31

**基金项目:** 浙江省自然科学基金项目 (No. LQ20E010009); 浙江理工大学线上线下混合式课程建设项目 (No. kclxy2021002); 浙江理工大学教改院级 II 类项目 (No. Jgxy2021207)

**作者简介:** 陈汉忠 (2001-), 男, 浙江义乌人, 浙江理工大学启新学院 2020 级本科生. E-mail: 2430433989@qq.com

**通讯作者:** 程琳 (1990-), 女, 浙江杭州人, 浙江理工大学理学院实验师, 硕士, 主要研究方向为大学物理实验教学及仪器开发. E-mail: chenglin@zstu.edu.cn

定弹性模量<sup>[9]</sup>等,但是这些测量仪器原理和设计复杂,不利于在大学物理实验课程上推广。

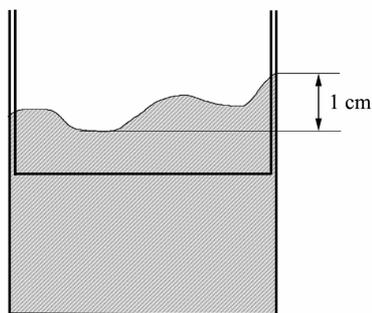


图2 排水法测量弹性模量方法液面读数误差

基于上述分析,本文设计了基于排水法的自动化弹性模量测量装置,将原排水法测量装置中液面高度变化转化为压力传感器的示数变化,回避了液面不平的问题,运用单片机进行自动化读数,不仅避免了人工处理数据造成的误差,同时还大大降低了实验成本。本装置原理简单,得到的数据结果既快又准,适合学生走进大学物理实验课堂。

## 1 自动化弹性模量测量装置

### 1.1 实验装置

基于排水法的自动化弹性模量测量装置结构图如图3(a)所示,在原实验装置增加自动测量装置,实物图如图3(b)所示。

### 1.2 测量原理

量筒盛有密度为 $\rho$ 的水,圆柱体的直径为 $D$ ,水和量筒总质量为 $m_1$ ,圆柱体的质量为 $m_2$ 。将圆柱体固定或悬挂在与金属丝相连的托盘底部,插入量筒,使量筒里的水完全没过圆柱体底面,固定好量筒的位置;在托盘上添加砝码,金属丝在砝码的重力作用下向下拉伸的距离为 $x$ ,圆柱体向下移动距离 $x$ ,排开水的体积为 $V$ ,压力传感器数值为 $F_{\text{压}}$ 。浮力的计算公式为

$$\Delta F_{\text{浮}} = \rho g V,$$

其中排开水的体积

$$V = \frac{x D^2}{4} \pi. \quad (2)$$

对圆柱进行受力分析,有

$$m_2 g = F_{\text{拉}} + F_{\text{浮}}, \quad (3)$$

再对烧杯和圆柱进行整体的受力分析,有

$$(m_1 + m_2) g = F_{\text{拉}} + F_{\text{压}}, \quad (4)$$

式(3)和式(4)两式相减可得

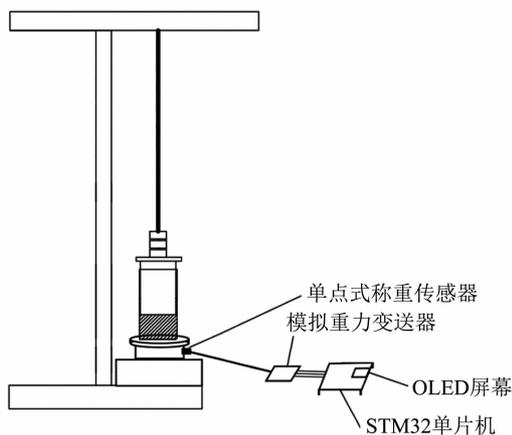
$$F_{\text{浮}} = F_{\text{压}} - m_1 g, \quad (5)$$

由式(5)可推出

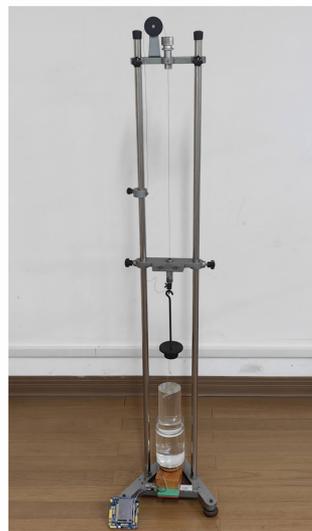
$$\Delta F_{\text{浮}} = \Delta F_{\text{压}}$$

代入式(2)可得

$$x = \frac{4 \Delta F_{\text{压}}}{\rho g D^2 \pi}. \quad (6)$$



(a)结构图



(b)实物图

图3 实验装置

另一方面,如果采用传统添加槽码产生正压力( $F = mg$ )的方法,则还应考虑烧杯里的水对圆柱产生 $F_{\text{浮}}$ 的影响,式(1)就变成

$$\frac{mg - F_{\text{浮}}}{S} = Y \frac{x}{L}, \quad (7)$$

将钢丝横截面积 $S = \pi d^2 / 4$ ,式(5)和式(6)代入式(7)可得弹性模量为

$$Y = \frac{L\rho g D(mg - F_{\text{压}} + m_1 g)}{d^2 \Delta F_{\text{压}}} \quad (8)$$

采用单片机记录压力变化的数值,根据预输入的装置的参量,即可计算得到弹性模量的数值,并且在 OLED 屏幕上显示。

### 1.3 单片机自动化处理弹性模量数据

单片机自动测量和处理数据流程图如图 4 所示,主要模块电路图如图 5 所示,其中 LM2596S 降压模块将电池电压(12 V)降低成 5 V 给芯片供电;晶振电路为中央控制部分提供 12 MHz 的振荡频率,让 STM32 芯片能够以 12 MHz 频率运作;HX711 根据当前压力值发送模拟信号给单片机;STM32 采集 HX711 信号,并将其转化为 HX711 实际受到的压力值。然后单片机根据公式处理完数据后,通过 I2C 通讯将最终数值发送给 OLED,在 OLED 模块显示最终得到的弹性模量。

部分代码如下:

```
while(1)
{if(x<=0)
{flag = -x; LCD_ShowString(140, 100, 120, 24, 24, "+" );}else{flag = x; LCD_ShowString(140, 100, 120, 24, 24, "-");}
//显示正负符号
Get_Weight();//测量压力
LCD_ShowNum(130, 60, Weight_Shiwu, 5, 24);
//显示当前压力数值
LCD_ShowNum(50, 260, FY[1], 5, 24);
//显示上一次弹性模量数值
if(KEY0==0){delay_ms(10); //去抖动
if(t==1)I[1]= Weight_Shiwu;
if(t==2)I[2]= Weight_Shiwu;
t++;
```

```
if(t==3)t=1;
I[3]=I[2]-I[1]; //计算ΔF
Y[i]=0.695 * 1000 * 9.8 * 0.09248 * 2 * (i * 10-1 - I[2] + 13.88) / (0.000543 * 2 * I[i]); //计算每次弹性模量
}
...
}
```

其中 KEY=0 时,代表第 i 次按下按钮 KEY0 后,将当前压力数值记录到 I[2],并且把上一次记录数值记录到 I[1], $\Delta F_i = I[2] - I[1]$ 。然后根据上述公式得到对应的 Y[i],当按键次数达到 9 时,计算并显示最终取平均的 Y[10]。

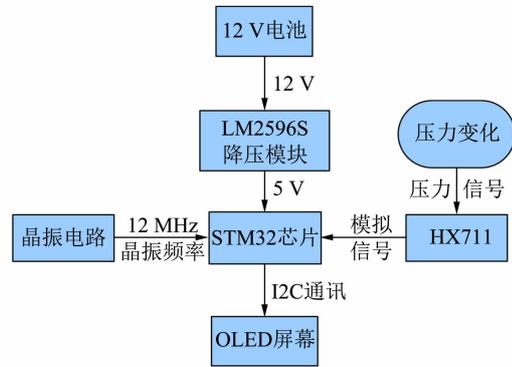
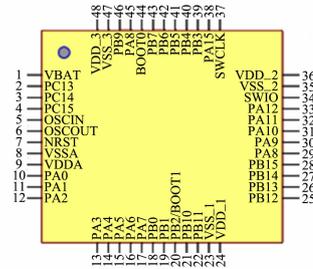
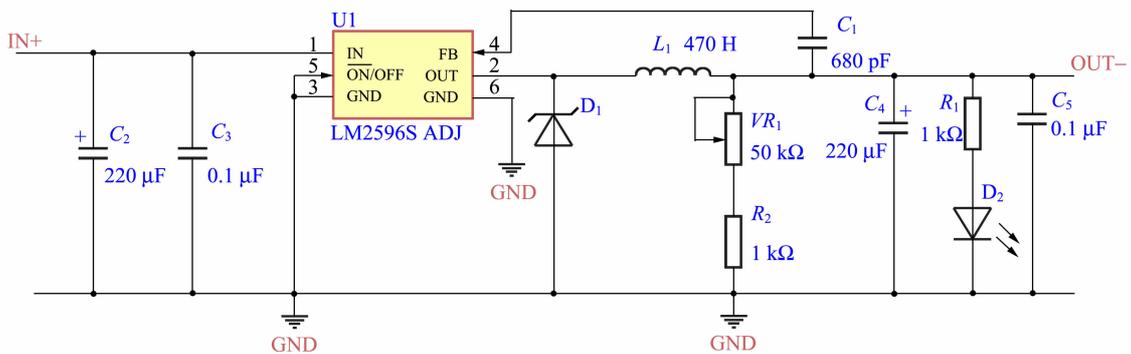


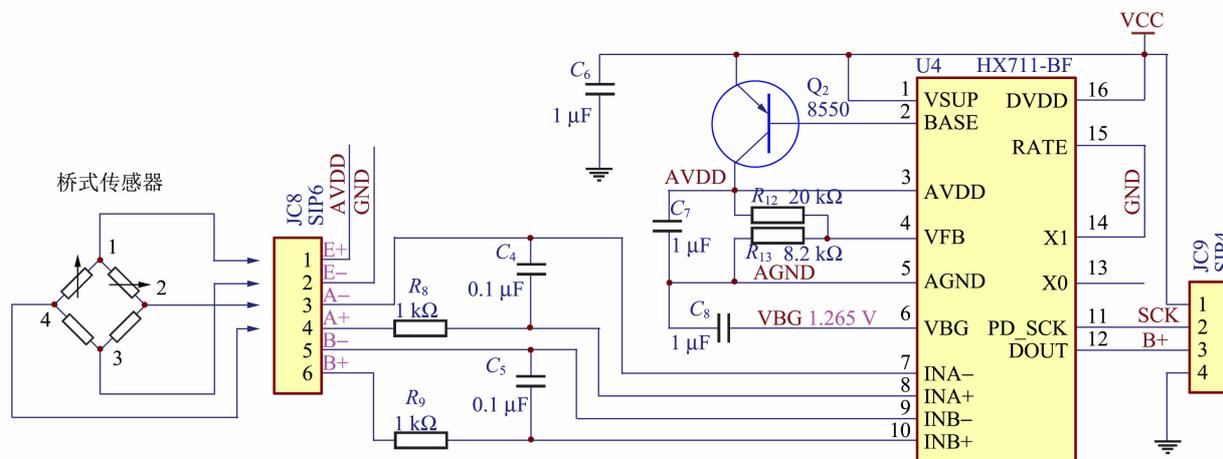
图 4 单片机自动测量和处理数据流程图



(a)STM32F103C8T6



(b)降压模块



(c) HX711 称重模块

图 5 主要模块电路图

## 2 实验验证及结果分析

### 2.1 实验演绎及数据计算

1) 用游标卡尺多次测量量筒内壁直径和圆柱棒的直径, 取平均值后得  $D=92.48\text{ mm}$ ; 用千分尺测量金属丝平均直径  $d=0.543\text{ mm}$ , 用米尺测量金属丝长  $L=695.3\text{ mm}$ . 将  $L, \rho, g, D, d$  输入单片机程序.

2) 在量筒内装入密度为  $\rho=10^3\text{ kg/m}^3$  的水, 用压力传感器测出  $m_1g=13.88\text{ N}$  输入单片机; 将圆柱体悬挂在托盘下方, 置入量筒内, 适当调节量筒位置, 使圆柱棒底部没入水面; 调整底座, 固定好量筒位置, 保证量筒和圆柱体的轴线大致重合; 水面的位置平稳后, 记录压力传感器  $F_i$ .

3) 依次在托盘上添加砝码, 待水面平稳后, 按下记录按钮记录压力, 增加到第 5 块砝码后逐一减少砝码, 并记录数据.

4) 第  $i$  次按下记录按钮, 单片机会自动计算和显示弹性模量  $Y_i$  的数值. 增减砝码后, 按下最终结果按钮, 显示弹性模量的均值  $\bar{Y}$ , 单片机内部数据处理如表 1 所示, 由表 1 中数据得出  $\bar{Y}=1.97 \times 10^{11}\text{ Pa}$ .

### 2.2 不确定度的计算

用米尺单次测量金属丝长度  $L$ , 故  $u(L)=\Delta_{\text{仪}}=0.5\text{ mm}$ ; 用千分尺多次测量金属丝直径  $d$ , 经计算  $u(d)=0.004\text{ mm}$ ; 用游标卡尺多次测量量筒内壁直径和圆柱体直径, 经计算  $u(D)=0.03\text{ mm}$ ; 实验给出砝码质量误差为  $\pm 0.001\text{ kg}$ ;

压力传感器的精度为  $0.1\text{ N}$ , 故  $u(F_{\text{压}})=\Delta_{\text{压}}=0.1\text{ N}$ . 由于各直接测量的量彼此独立, 由不确定度传递公式<sup>[10]</sup>可得不确定度的计算公式, 再利用 Matlab(代入统一单位后的数据)计算可得: 相对不确定度  $\frac{u(Y)}{Y} \approx 1.4\%$ , 标准不确定度  $u(Y) \approx 3 \times 10^9\text{ N/m}^2$ .

表 1 单片机内部实验数据处理

$i$	$m/\text{kg}$	$F_i/\text{N}$	$\Delta F_i/\text{N}$	$Y_i/(10^{11}\text{ Pa})$
0	0	14.11	0.00	0.00
1	1	14.21	0.10	1.91
2	2	14.39	0.18	2.14
3	3	14.75	0.35	1.86
4	4	15.09	0.35	1.97
5	5	15.58	0.49	1.95
6	4	15.19	0.39	1.96
7	3	14.98	0.22	1.97
8	2	14.71	0.26	1.99
9	1	14.62	0.09	2.03

### 2.3 实验结果分析

综上所述, 基于排水法的自动化弹性模量测量装置得到的金属丝弹性模量为  $(1.97 \pm 0.03) \times 10^{11}\text{ N/m}^2$ , 与标准值  $2.00 \times 10^{11}\text{ N/m}^2$  相比, 相对偏差为  $1.5\%$ . 实验结果较为准确, 测量偏差均在要求范围内, 说明基于排水法的自动化弹性模量测量装置稳定性好.

分析产生误差的主要原因, 压力传感器的测量精度对实验结果至关重要, 因此在不改变实验

装置的前提下,提高压力传感器精度可以减少实验误差.此外,因为传感器的特性,每次测量前均需使用标准件物块进行压力传感器的校准,为了实验操作方便,使用自带校准的压力传感器可以很好地解决这个问题.

### 3 结束语

本文设计了基于排水法的自动化弹性模量测量装置,排水法测量金属丝弹性模量装置占地面积小,装置易搭建,成本低;采用自动化读数,读数准确,误差小,出结果迅速.相较于其他弹性模量测量方法和测量仪器,本装置在成本与可操作性上更具优势,且通过实验验证,该装置测量金属丝的弹性模量数据和理论值相差不大,获得了较为理想的实验结果,适用于学生进行金属丝弹性模量测量的实验探究.

### 参考文献:

- [1] 姜悦,吴官东. 基于迈克耳孙干涉仪与线阵 CCD 的金属丝杨氏模量测量方案[J]. 物理与工程,2019,29(4):93-96.
- [2] 孙瑜,宋连鹏,周丽. 基于位移光栅尺的拉伸法弹性模量测量[J]. 物理实验,2021,41(3):8-10.
- [3] 郑雪丽,邱丽,汪涛,等. 利用激光三角法测量钢丝的弹性模量[J]. 物理实验,2022,42(2):20-23.
- [4] 翦知渐,周艳明,谢中,等. 利用悬臂梁测量材料的弹性模量[J]. 物理实验,2022,42(2):24-28.
- [5] 吴振楠,许林,彭朝阳. 激光准直法测量金属材料杨氏模量的研究[J]. 物理通报,2021(S1):137-141.
- [6] 叶天明,周颖东,潘宁,等. 用光纤传感器测量金属丝的杨氏模量[J]. 物理实验,2015,35(12):36-38,42.
- [7] 张祖豪,徐勋义,刘子健,等. 高精度全自动杨氏模量测量仪设计[J]. 实验技术与管理,2016,33(12):111-113.
- [8] 李会玲. 基于光电传感器的金属杨氏模量系统[J]. 传感器世界,2017,23(8):57.
- [9] 邹丽新,孙海燕,季晶晶,等. 基于弹性体碰撞时间测定的杨氏模量测量[J]. 自动化仪表,2009,30(2):50-53.
- [10] 段阳,杨浩林,伍泓锦,等. 杨氏弹性模量测量实验综述[J]. 物理与工程,2020,30(3):89-102.

## Automatic measurement of elastic modulus based on drainage method

CHEN Han-zhong<sup>a</sup>, LI Zhong-yu<sup>a</sup>, WANG Zhe-tao<sup>b</sup>, CHENG Lin<sup>b</sup>

(a. Qixin College; b. College of Science, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** Automated measurement of wire elastic modulus was realized, which the tiny elongation of the wire was converted into the change of the volume of the drained water on the cylindrical rod based on drainage method, the pressure value was read through a pressure sensor when adding or subtracting weights, and the value of the elastic modulus could be automatically displayed on the display after the data was processed by STM32 microcontroller. The experimental design combined physical principles with automation knowledge, which had the advantages of simple experimental operation, small error, and automatic measurement of elastic modulus.

**Key words:** elastic modulus; drainage method; STM32 microcontroller; automatic measurement

[责任编辑:郭伟]