

文章编号:1005-4642(2023)07-0036-05

第 5 届欧洲物理奥林匹克竞赛实验试题 1 介绍与解答

黎千诚^{1,2}, 王 槿^{3a,3b}, 惠王伟^{3a,3b}, 宋 峰^{3a}

(1. 北京大学 物理学院, 北京 100871; 2. 石家庄市第二中学, 河北 石家庄 050004;
3. 南开大学 a. 物理科学学院; b. 基础物理国家级实验教学示范中心(南开大学), 天津 300071)

摘 要:第 5 届欧洲物理奥林匹克竞赛实验试题 1 为隐藏的导线, 试题采用虚拟仿真实验, 利用小磁针作为测量装置, 由其在不同坐标下的输出转角反推产生磁场隐藏的导线的位置分布. 本文较全面地介绍了该试题的内容及其解答, 试题涉及电磁学基础知识, 能提高考生的空间想象能力, 可开设为电磁学黑盒子综合实验.

关键词:欧洲物理奥林匹克; 虚拟仿真实验; 磁场

中图分类号: O441.3; O411.3

文献标识码: A

DOI: 10.19655/j.cnki.1005-4642.2023.07.007

欧洲物理奥林匹克竞赛(European Physics Olympiad, EuPhO)是目前认可度较高的国际性物理学科竞赛之一, EuPhO 的试题选题贴近生活场景和实际应用, 命题简约, 有利于学生开拓物理视野, 培养发散性思维和实验设计能力^[1]. 第 5 届 EuPhO 于 2021 年 6 月在线上举办, 一共有来自 46 个国家和地区的 218 名选手参赛. 该届比赛采用虚拟仿真实验, 实验试题共 2 道, 分别为隐藏的导线(Hidden wire)和热的圆柱体(Hot cylinder)^[2]. 实验 1 隐藏的导线的命题源于静电学基本知识, 利用小磁针为测量装置, 反推黑盒子中的导线位置, 考查了考生的电磁学基础知识和空间想象能力, 可开设为电磁学黑盒子综合实验. 本文较全面地介绍了实验 1 的试题及其解答, 并分析了参赛选手的答题情况.

1 试题介绍

1.1 实验介绍

如图 1 所示^[3], 1 条充分长的铜质直导线水平放置于正方形水平面下方, 二者距离未知, 正方形的边长 $L=100.0$ mm. 该正方形的 1 对邻边分别沿东西方向(取东为 x 轴正向)和南北方向(取北为 y 轴正向), 坐标原点取为正方形的西南方向的顶点.

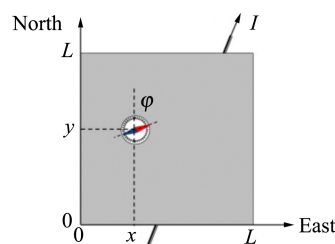


图 1 实验装置示意图

该导线与可调直流电源相连, 其电流范围为 $[-5$ A, 5 A]. 负值表示电流实际方向与规定的正方向相反. 将小磁针放在正方形水平面上(包括正方形的四条边), 通过小磁针与正北(y)方向的夹角 φ 探测该点的磁场方向. 正的 φ 表示向东偏, 而负的 φ 表示向西偏. 可以假设:

a. 小磁针是点磁偶极子, 可绕竖直轴自由旋转, 即其只对磁场的水平分量敏感.

b. 与平面下导线的深度相比, 小磁针在平面上的高度可忽略不计, 即小磁针位于 xy 平面上.

1.2 实验任务

设计方案, 并模拟来完成以下任务:

a. 通过确定导线在所给坐标系中的方程 $y=ax+b$ 给出导线的方向, 并估计参量 a 和 b 的不确定度. 在图上画出导线的位置, 并指出电流 I 的正方向.

收稿日期: 2023-01-29; 修改日期: 2023-05-05

基金项目: 高等学校教学研究项目(No. DJZW202010hb)

作者简介: 黎千诚(2004—), 男, 四川青神人, 北京大学物理学院 2022 级本科生, 毕业于石家庄市第二中学. E-mail: 2200011402@stu.pku.edu.cn

通信作者: 王 槿(1982—), 女, 湖北十堰人, 南开大学物理科学学院高级实验师, 博士, 研究方向为基础物理实验、仪器仪表及生物医学光子学. E-mail: wangjin8208@nankai.edu.cn

b. 确定导线在平面下的深度和地磁场的水平分量大小 B_E . 在这项任务中不必计算不确定度,但是最终结果需保留合适的有效数字.

真空磁导率为 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$.

1.3 软件介绍

命令行程序会要求一系列输入操作(图 2),可以进行以下操作:

a. 输入参量 I ,即通过导线的电流,单位为 A,范围为 $-5.0 \sim 5.0$.

b. 输入参量 x ,即小磁针的横坐标,单位为 mm,范围为 $0 \sim 100$.

c. 输入参量 y ,即小磁针的纵坐标,单位为 mm,范围为 $0 \sim 100$.

最终程序输出参量 φ ,即小磁针的转角,单位为($^\circ$).

```
Enter I (A) between -5.0 and 5.0 : 3.4
Enter X (mm) between 0 and 100 : 55
Enter Y (mm) between 0 and 100 : 31
PHI = -33 degrees
-----
Enter I (A) between -5.0 and 5.0 :
```

图 2 软件界面图

2 试题解答

2.1 理论背景(1分)

如图 3 所示,设通电导线产生的磁感应强度为 B_w ,其水平分量为 B_h . 在 xy 平面上任一点,都有 B_h 垂直于导线,因此 B_h 与正北(y)方向夹角为 $\varphi = 180^\circ - \theta$,其中 θ 为电流方向与 x 正方向的夹角. 小磁针指向总磁感应强度 $B = B_h + B_E$ 的方向. 在图 3(a)的矢量三角形中利用正弦定理,可得关于 φ 的方程:

$$\frac{B_h}{B_E} = \frac{\sin \varphi}{\sin(\varphi - \theta)} = \frac{\sin \theta}{\sin(\theta + \varphi)}. \quad (1)$$

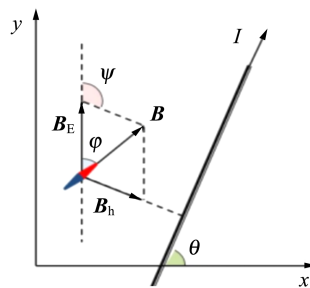
如图 3(b)所示,导线距离 xy 平面的深度为 h ,考虑平面上与导线在 xy 平面上的投影相距 d 的点,其与导线的距离为 $r = \sqrt{d^2 + h^2}$, α 为 r 与 h 的夹角. 由安培环路定理,该点处通电导线产生的磁感应强度大小为

$$B_w = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad (2)$$

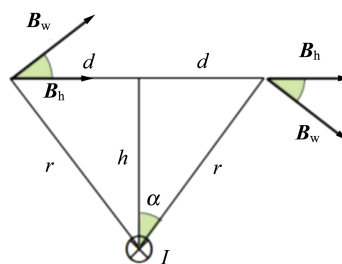
其水平分量大小为

$$B_h = B_w \cos \alpha = \frac{\mu_0 I h}{2\pi(d^2 + h^2)}, \quad (3)$$

后面主要利用式(1)和式(3)进行解题.



(a)



(b)

图 3 磁感应强度矢量示意图

2.2 任务 a:确定导线的位置(3分)

从图 3 的矢量三角形和式(3)可以看出:对于给定电流 I ,当偏转角绝对值 $|\varphi|$ 取得最大值时有 $d=0$,即 B_h 取得最大值,此时小磁针位于导线正上方. 因此,通过寻找平面上使得 $|\varphi|$ 达到最大值的 2 个或更多个点,就可以确定导线的位置. 首先,粗略地扫描边界,例如以 10 mm 为步长,寻找包含 $|\varphi|$ 的最大值点的区间. 由表 1 可以发现导线投影穿过西侧边($x=0 \text{ mm}$)的 $y \in [60 \text{ mm}, 90 \text{ mm}]$ 区间,东侧边($x=100 \text{ mm}$)的 $y \in [10 \text{ mm}, 30 \text{ mm}]$ 区间. 接下来,以 1 mm 为步长精细扫描,可以确定 2 个交点的近似坐标为 $P_1 = (0 \pm 0.5, 75 \pm 1) \text{ mm}$ 和 $P_2 = (100, 0 \pm 0.5, 17 \pm 1) \text{ mm}$. 这里 y 坐标的不确定度取为 1 mm,是因为接近 $|\varphi|$ 的最大值点时, $|\varphi|$ 变化缓慢,并且连续 3 个测量点的 $|\varphi|$ 的四舍五入值相等.

表 1 确定导线位置的测量数据

x/mm	y/mm	x/mm	y/mm
0	75	60	40
20	64	80	29
40	52	100	17

对位于 P_1 和 P_2 中间位置进行测量,用最小二乘法做线性拟合,得到导线在 xy 平面上的投

影如图4所示,拟合方程为

$$y = ax + b = -0.58x + 75.2, \quad (4)$$

估计参量的不确定度为 $\delta a \approx 0.01$, $\delta b \approx 0.4$ mm. (此处用最小二乘法的拟合不确定度即可) 因为当 $I > 0$ 时 $\varphi < 0$, 所以电流的正方向为由西向东.

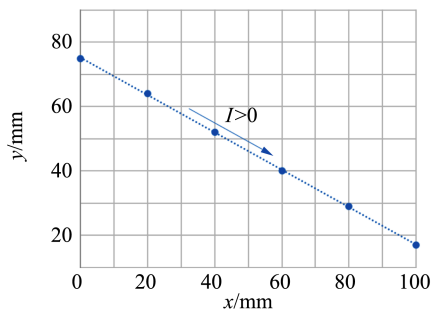


图4 导线在 xy 平面上的投影和电流的正方向

2.3 任务b:确定导线深度 h 和地磁场水平分量 B_E (6分)

由式(1)和式(3)得,小磁针与导线的水平距离 d 和小磁针的偏转角 φ 满足

$$\frac{\sin \varphi}{\sin(\theta + \varphi)} = \frac{\mu_0 I h}{2\pi B_E (d^2 + h^2)}, \quad (5)$$

其中 θ 可由导线水平投影的斜率 a 计算:

$$\theta = \arctan a = -30.1^\circ \pm 0.4^\circ, \quad (6)$$

小磁针与导线水平投影的距离 d 可以直接用小磁针坐标 (x, y) 计算:

$$d = |(ax + b - y) \cos \theta| \approx 0.865 |ax + b - y|. \quad (7)$$

由式(5)~(7)可知,在平面上 d 不相等的2点测量偏转角 φ ,即可计算出未知的 h 和 B_E . 然而,由于存在与小磁针的定位和偏转角数值的舍入误差相关的随机误差,这种过于简单的方法并不准确. 因此,有必要对不同的 d 和/或不同的 I 进行系统测量,以保证 h 和 B_E 的精度. 可以采用以下2种方法,或二者的结合.

2.3.1 方法1:固定距离 d , 改变电流 I

定义新的无量纲量 $U = \frac{\sin \varphi}{\sin(\varphi - 30.1^\circ)}$, 可将式(5)线性化为

$$I = kU, \quad (8)$$

其中斜率 k 为

$$k = \frac{2\pi B_E (d^2 + h^2)}{\mu_0 h}. \quad (9)$$

因此,在2个不同的 d 下求出 k , 就可以计算出未知的 h 和 B_E . 这里在 $d_1 = 0$ mm [小磁针在

导线正上方位于(10 mm, 75 mm)] 和 $d_2 = 10$ mm [小磁针位于(20 mm, 75 mm)] 下分别测量 $I-U$ 数据,算出斜率 k_1 和 k_2 . 这2个 d 的 $U-I$ 拟合直线如图5所示,由图5求得 $k_1 = (1.01 \pm 0.01)$ A, $k_2 = (5.07 \pm 0.03)$ A.

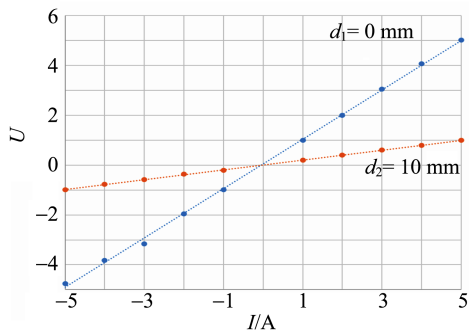


图5 2个不同 d 下的 $U-I$ 拟合直线

由式(9)得:

$$\frac{B_E}{h} = \frac{\mu_0 (k_2 - k_1)}{2\pi (d_2^2 - d_1^2)} = 8.12 \times 10^{-6} \text{ T/mm},$$

$$B_E h = \frac{\mu_0 (d_2^2 k_1 - d_1^2 k_2)}{2\pi (d_2^2 - d_1^2)} = 2.02 \times 10^{-4} \text{ T} \cdot \text{mm}.$$

或者,也可利用

$$h = \sqrt{\frac{d_2^2 k_1 - d_1^2 k_2}{k_2 - k_1}} = 5.0 \text{ mm},$$

最终,求出地磁场的水平分量大小 $B_E = 4.0 \times 10^{-5}$ T 和导线深度 h .

这里 h 和 B_E 的估计值在2位有效数字的精度下与模拟程序中的预设值一致.

2.3.2 方法2:固定电流 I , 改变距离 d

式(5)可改写为

$$\frac{\sin(\theta + \varphi)}{\sin \varphi} = \frac{2\pi B_E d^2}{\mu_0 I h} + \frac{2\pi B_E h}{\mu_0 I}, \quad (10)$$

定义参量 $V = d^2$ 和 $W = \frac{\sin(\varphi - 30.1^\circ)}{\sin \varphi}$, 可将式(10)线性化. 从 $W-V$ 曲线(图6)得到线性拟合式:

$$W = 8.26 \times 10^{-3} V + 0.200, \quad (11)$$

有 $\frac{2\pi B_E h}{\mu_0 I} = 0.200$, $\frac{2\pi B_E}{\mu_0 I h} = 8.26 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-2}$, 计算得到 $B_E = 4.1 \times 10^{-5}$ T 和 $h = 4.9$ mm.

测量数据如表2所示,方法2得到的 h 和 B_E 的估计值与方法1接近,但不如方法1得到的值准确. 原因是方法2改变的变量是 d , 在 d 较小时,与导线位置相关的相对误差较大,导致 V 的相对误差较大;在 d 较大时,偏转角较小,从而偏

转角的相对误差较大,导致 W 的相对误差较大.

按照评分细则,无论使用方法 1 还是方法 2,在解答正确、结果准确的前提下均可得到满分.

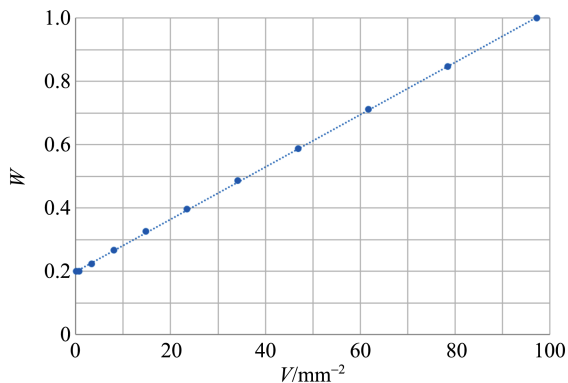


图 6 W - V 曲线

表 2 不同 d 下的测量数据

位置	I/A	$\varphi/(\text{°})$	U
(0 mm, 75 mm) $d_1 = 0$ mm	-5.0	25	-4.75
	-4.0	24	-3.83
	-3.0	23	-3.16
	-2.0	20	-1.95
	-1.0	15	-0.99
	1.0	-75	1.00
	2.0	-126	2.00
	3.0	-137	3.05
	4.0	-141	4.07
	5.0	-143	5.01
(20 mm, 75 mm) $d_2 = 10$ mm	-5.0	15	-0.99
	-4.0	13	-0.77
	-3.0	11	-0.58
	-2.0	8	-0.37
	-1.0	5	-0.21
	1.0	-7	0.20
	2.0	-17	0.40
	3.0	-32	0.60
	4.0	-52	0.80
	5.0	-75	1.00

3 讨论与分析

3.1 答题情况

本题满分 10 分,根据 EuPhO 网站公布的考试结果^[4],本题最高得分 9.6,平均得分 3.6,低分段 $[0,1]$ 分人数较多. 本题具有一定难度,具体考核了考生的模型分析能力、数学表达式处理能力和线性化技巧等能力,对学生的电磁学基础知识

和空间想象能力提出了较高的要求. 此外,题目要求考生具有较强的实验设计能力、逻辑思维和误差分析能力,例如本题的任务 b 需要使用任务 a 的结果,如果前面题目数据误差较大,会对后续题目的解答造成影响. 又如任务 b 中,尽管评分细则并未对方法 1 和 2 做出限制,但对于最终结果的精准度要求较高,对实验方案的选取、测量数据点范围和数量的选取、考试时间的平衡等多个方面提出了较高的要求.

本题的最佳解答来自于新加坡队,这里对其解题思路做简单介绍^[5]. 第一步,利用毕奥-萨伐尔定律计算出磁场的分布公式. 第二步,根据物理图像直接判断出:给定电流 I ,当偏转角绝对值 $|\varphi|$ 取得最大值时,小磁针位于导线正上方. 测量导线的水平投影上的若干个点,通过线性拟合得到其方程. 又根据小磁针旋转的方向,判断出电流 I 的正方向为由西向东. 第三步,采用方法 2,推导出式(10),然后做线性拟合得到 $k = \frac{2\pi B_E}{\mu_0 I h} =$

0.0077 mm^{-2} ,纵截距 $c = \frac{2\pi B_E h}{\mu_0 I} = 0.20$,因此有

$$h = \sqrt{\frac{c}{k}} = 5.1 \text{ mm}.$$

在点(50 mm, 46 mm)处,有 $d = 0$ mm,从而

$$B_h = \frac{\mu_0 I}{2\pi h} = 2.0 \times 10^{-4} \text{ T}.$$

又由测量数据知,此时有 $\frac{B_E}{B_h} = \frac{\sin(\theta + \varphi)}{\sin \varphi} = 0.2$,于是得到 $B_E = 4.0 \times 10^{-5} \text{ T}$. 该解答基本满足评分细则要求的数据范围和不确定度范围.

3.2 命题背景与分析

奥斯特证明电流总有与之关联的磁场,毕奥和萨伐尔发现了与线元距离一定处的磁感应强度和线元中的电流强度有关,安培扩展了毕奥-萨伐尔定律,得到了磁通量密度的环路积分与穿过闭合环路电流的关系. 本命题中利用小磁针作为测量装置,利用其在不同坐标下输出转角反推产生磁场的导线位置分布^[3],是典型的“黑盒子”命题. 黑盒子实验作为综合性、探究性较强的实验形式,有利于培养学生的实验设计能力、动手能力和数据处理能力. 在基础物理教学中,通过黑盒子实验强调实验设计和数据精确度,可以提高学生的发散性、创新性思维能力,引导学生重视测量精度和数据处理,是对目前实验教学的良好补充. 目

前的基础物理实验教学中,随着全国大学生物理实验竞赛教学赛的推广,黑盒子实验较多应用在交、直流电路模块,后期可以考虑将黑盒子实验拓展到其他模块,例如本题的带电粒子运动模块以及力学、热学、声学等实验教学中。

此外,本题的亮点在于任务 b 问题的研究方法开放,存在多种解题方法,不同的方法带来的实验误差和所需的实验时间等因素相差较大,这就要求学生在不同的实验方案。这个实验也为教学带来新的启示,例如教学中要求学生针对某一具体的问题,灵活设计实验方案,或者在讲义提供的方案之外思考其他方案,并启发学生从测量误差、实验成本等多个角度分析和权衡不同方案,这也更贴合实际的科学研究。实验模式的改进和创新对于培养学生的独立思考能力、创新能力、实验设计能力,理论结合实验的能力都有帮助。

4 结束语

EuPhO 命题“简约而不简单”,蕴含丰富的物理背景,旨在培养学生的创新性、开放性、发散性思维能力和实验设计能力,对数据处理和不确定度评估有严格的要求。这些实验能力正是目前国内实验教学亟需提高的部分。由于这部分内容形

式比较新颖,国内实验教学中尚未全面开展。EuPhO 的程序开放,方便在教学中引进来并结合理论或实验课教学对其进行借鉴,以丰富教学内容,推动教学模式创新。

参考文献:

- [1] European Physics Olympiad [EB/OL]. (2021-06-19)[2023-01-03]. <https://eupho. ee/about/>.
- [2] EuPhO-2021 Experimental problems [EB/OL]. (2021-06-21)[2023-01-03]. https://eupho. ee/wp-content/uploads/2021/06/EuPhO_2021-exp. pdf.
- [3] EuPhO-2021 Experimental problems further information [EB/OL]. (2021-06-24)[2023-01-03]. https://eupho. ee/wp-content/uploads/2021/06/EuPhO_2021_exp_solutions-2. pdf.
- [4] EuPhO-2021 results [EB/OL]. (2021-06-27)[2023-01-03]. <https://eupho. ee/wp-content/uploads/2021/06/EuPhO2021-results. pdf>.
- [5] Ricardo B answer [EB/OL]. (2021-06-20)[2023-01-28]. https://eupho. ee/wp-content/uploads/2021/06/SGP_3-E1. SGP-ST3-E1-Bernard-Ricardo. pdf. 155548. pdf
- [6] 赵凯华,罗蔚茵. 新概念物理教程·电磁学[M]. 2版. 北京:高等教育出版社,2006.

Introduction and solutions to the experimental question 1 of the 5th European Physics Olympiad experimental exam

LI Qiancheng^{1,2}, WANG Jin^{3a,3b}, HUI Wangwei^{3a,3b}, SONG Feng^{3a}

(1. School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China;

2. Shijiazhuang No. 2 High School, Shijiazhuang 050004, China;

3a. School of Physics; 3b. National Demonstration Center for Experimental Physics Education, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract: The question 1 of the 5th European Physics Olympiad Experimental Competition was hidden wire, and this competition was performed virtually as a simulation experiment. The small compass was taken as the measurement device, the position of the hidden wire was deduced by using output angles of compass at different coordinates. The content and solution of experiment 1 of were comprehensively introduced. The questions involved the basic knowledge of electromagnetism, could improve the student's spatial imagination ability, and could be set up as an electromagnetism black box comprehensive experiment.

Key words: European Physics Olympiad experimental exam; remote virtual examination; magnetic field

[责任编辑:郭 伟]