

文章编号:1005-4642(2023)09-0035-08

## 第 4 届欧洲物理奥林匹克竞赛实验试题 1 的介绍与解答

杨明轩<sup>1,2</sup>, 王 槿<sup>3a,3b</sup>, 宋 峰<sup>3a</sup>

(1. 北京大学 物理学院, 北京 100871; 2. 南京师范大学附属中学, 江苏 南京 210003;

3. 南开大学 a. 物理科学学院; b. 基础物理国家级实验教学示范中心(南开大学), 天津 300071)

**摘 要:**第 4 届欧洲物理奥林匹克竞赛实验试题 1 为隐藏的电荷, 本文详细介绍了试题 1 的命题、虚拟实验考试流程和解答, 结合物理背景知识和实际应用介绍了命题目的, 并分析了参赛学生的答题情况. 试题 1 通过测量电子的初动能和入射、出射位置, 计算出待测电荷的位置和电量, 可用于理论力学、原子物理等教学内容.

**关键词:**欧洲物理奥林匹克竞赛; 电荷; 电量

**中图分类号:** O441.1

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.19655/j.cnki.1005-4642.2023.09.006

第 4 届欧洲物理奥林匹克竞赛(European Physics Olympiad, EuPhO)于 2020 年 7 月 20 日至 26 日在线上举办, 53 个国家和地区的 260 名选手参加了比赛. 实验试题为隐藏的电荷(Hidden charge)和黑盒子(Black box)<sup>[1]</sup>. 隐藏的电荷试题通过测量一系列电子的初动能和入射、出射位置, 计算出待测电荷的位置和电量, 可应用于理论力学、原子物理等教学与实验. 本文主要介绍了隐藏的电荷的命题、虚拟实验考试流程和解答, 并结合物理背景知识和实际应用分析了命题背景和参赛学生的答题情况.

### 1 试 题

#### 1.1 实验原理

如图 1 所示, 点电荷  $Q$  (电量  $Q$  未知) 固定在空间某处, 远方平行于  $z$  轴射入的电子, 受此电荷静电散射后打到观测屏上. 虚拟实验中, 可以改变电子束的初始动能和初始位置坐标  $(x_i, y_i)$ , 并测量电子撞击到垂直于  $z$  轴的平面屏幕上的最终坐标  $(x_f, y_f)$ . 将屏幕处的位置定为  $z=0$ , 利用卢瑟福散射公式:

$$b = \frac{kQq}{2E} \frac{1}{\tan(\theta/2)}, \quad (1)$$

其中,  $b$  是碰撞系数(也称为瞄准距离),  $E$  是电子的能量, 电子电量  $q = -1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $k = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ ,  $\theta$  是散射角(电子在接近靶时的初速度和远离靶后的末速度之间的夹角). 瞄准距离定义为: 假设电子不受靶影响而直线前进时电子到靶的最远距离.

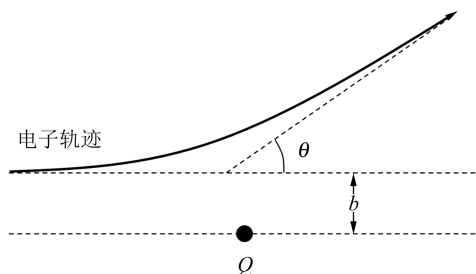


图 1 实验原理图 1<sup>[1]</sup>

#### 1.2 仿真软件说明

仿真程序可以设置不同的加速电压和初始发射坐标  $(x_i, y_i)$ , 测量电子出现在屏幕的位置. 其中加速电压为  $U$ , 取值范围为  $1 \sim 10\,000$ ,  $x_i$  和  $y_i$  单位为  $\text{cm}$ , 取值范围为  $-20 \sim 20$ . 在相应的提示后, 通过键盘依次输入加速电压  $U$ 、初始发射坐标  $x_i$  和  $y_i$  后, 程序界面出现“Electron beam fired with parameters  $(x, y, U) =$ ”及输入参量值, 通

收稿日期: 2023-02-11; 修改日期: 2023-05-29

基金项目: 2020 高等学校教学研究项目(No. DJZW202010hb)

作者简介: 杨明轩(2004—), 男, 河南南阳人, 北京大学物理学院 2022 级本科生, 毕业于南京师范大学附属中学. E-mail: youngmx@126.com

通信作者: 王 槿(1982—), 女, 湖北十堰人, 南开大学物理科学学院高级实验师, 博士, 研究方向为基础物理实验、仪器仪表及生物医学光子学. E-mail: wangjin8208@nankai.edu.cn

过按 Enter 键确认所输入的数值,程序运行后给出探测到的电子位置. 如果电子的位置超出屏幕的范围,会提示“Electron not detected…”.

### 1.3 实验任务

尽可能精确地确定固定的点电荷  $Q$  的正负、大小和位置  $(x_Q, y_Q, z_Q)$ , 并估算这些结果的不确定度, 其中  $x_Q$  和  $y_Q$  的数值与不确定度求解共 4 分,  $Q$  与  $z_Q$  的数值与不确定度求解共计 6 分. 出射线的初始位置的高斯误差为 0.5 mm.

注意事项: 所有实验都要清楚列出有表题的数据表、有图题的作图和足够的公式推导, 以此说明测量什么和如何导出结果.

## 2 试题解答

### 2.1 预实验: 确定 $U$ 的取值范围

任取入射点, 比如  $(0, 0)$ , 跨数量级改变加速电压的大小, 记录能否在屏幕上找到出射电子以及出射点位置  $(x_1, y_1)$ . 分别取  $U = 10\ 000.0, 1\ 000.0, 100.0, 10.0$  V, 将出射点位置记录在表 1 内. 发现  $U = 10.0$  V 时出射电子超出屏幕范围, 补测  $U = 20.0$  V 和  $U = 50.0$  V 的数据. 表中“-”表示电子未被探测到.

表 1 确定  $U$  的大致范围实验数据

$U/V$	$x_1/cm$	$y_1/cm$	$U/V$	$x_1/cm$	$y_1/cm$
10 000.0	-0.1	0	10.0	-	-
1 000.0	-0.2	0	20.0	-9.0	4.3
100.0	-1.4	0.6	50.0	-3.0	1.6

从表 1 中可以发现, 加速电压为 10 000.0 V 或 1 000.0 V 时, 出射点与入射点过于接近; 加速电压为 10.0 V 时, 出射电子超出屏幕范围; 加速电压在 20.0~100.0 V 范围内, 出射点与入射点的距离在适合测量的范围内. 在本实验中, 合理的加速电压范围可以初步确定为 10.0~100.0 V 数量级内.

### 2.2 求解 $x_Q$ 和 $y_Q$

电子入射后受到点电荷的库仑力, 如果把 2 个粒子间的力想象成 1 条线, 这条线会扫出 1 个面, 以直线投影在观测屏上. 利用入射点、出射点和点电荷  $Q$  三者的位置在  $xy$  平面上的投影三点共线进行测量. 首先任取一入射点, 例如  $(0, 0)$ , 只改变加速电压的大小, 记录屏幕上探测到的电

子位置  $(x_1, y_1)$ . 这些位置近似分布在经过  $(x_Q, y_Q)$  的直线上. 改变入射点, 作出另一条直线. 这 2 条直线会相交, 交点为  $(x_Q, y_Q)$ . 为了减小误差, 另一个点应当与  $(0, 0)$  有足够远的距离, 如  $(0, 10)$ . 记录入射点坐标为  $(0, 10)$  时的出射点位置  $(x_2, y_2)$ .

为了估计误差, 引入第 3 个入射点, 并作出相应的直线. 此点要与前 2 个点相距足够远, 如  $(0, -10)$ . 记录入射点坐标为  $(0, -10)$  时的出射点位置  $(x_3, y_3)$ . 测得的数据如表 2 所示. 多次测量时, 表 2 中的数据会在误差范围内变化, 后面的所有实验数据记录也存在误差项.

表 2 求解  $x_Q$  和  $y_Q$  的实验数据

$U/V$	$x_1/cm$	$y_1/cm$	$x_2/cm$	$y_2/cm$	$x_3/cm$	$y_3/cm$
13.0	-17.7	8.1	-2.9	17.1	-6.6	-19.1
15.0	-13.6	6.4	-2.5	16.0	-5.5	-17.5
17.0	-11.5	5.5	-2.2	15.2	-4.7	-16.4
20.0	-9.1	4.3	-1.8	14.3	-3.8	-15.3
25.0	-6.8	3.2	-1.5	13.3	-3.1	-14.0
30.0	-5.4	2.8	-1.2	12.7	-2.4	-13.3
40.0	-4.0	1.8	-0.8	12.0	-1.8	-12.3
60.0	-2.5	1.2	-0.6	11.3	-1.2	-11.5

绘制改变入射点得到的出射点位置, 如图 2 所示. 通过 2 条直线的交点位置得到  $x_Q = 5.4$  cm,  $y_Q = -2.5$  cm,  $\Delta x_Q = \Delta y_Q = 0.2$  cm. 由于测量误差, 3 条直线不会严格交于一点. 把 3 条直线两两相交的交点之间的距离视为出射点位置的误差.

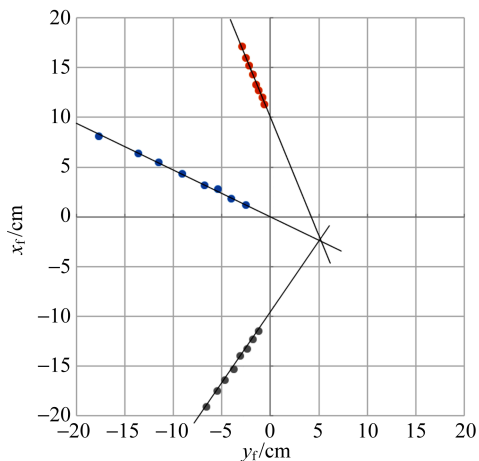


图 2 改变入射点屏幕上探测到的电子位置

### 2.3 求解点电荷 $Q$ 的大小和位置 $z_Q$ 并进行误差分析

由电子的运动轨迹图和散射公式可以作很多种近似,因此有多种获取  $Q$  和  $z_Q$  的方法. 设适当的参量,根据题目所给公式和图中参量间的几何关系,探究不同的解法. 下面给出的 5 种解法中,方法 1~3 参考欧赛官方网站<sup>[1]</sup>上提供的解题思路作答,方法 4~5 为新的方法.

#### 2.3.1 方法 1:固定散射角 $\theta$

重画题目给出的原理图,作出入射点坐标为  $(x_0, y_0)$  的电子轨迹的渐近线,过点电荷  $Q$  与渐近线垂直距离为  $b$  做平行辅助线,  $b = \sqrt{(x_0 - x_Q)^2 + (y_0 - y_Q)^2}$ ,辅助线与接收屏幕的交点为  $A$  点,如图 3 所示.  $d$  定义为屏幕上的出射点  $(x_1, y_1)$  与点电荷在屏幕上的投影点  $(x_Q, y_Q)$  之间的距离,  $d = \sqrt{(x_1 - x_Q)^2 + (y_1 - y_Q)^2}$ . 由式(1)可知,固定散射角  $\theta$ ,即固定乘积  $Eb$ . 当  $b$  比较小时,电子轨迹与其渐近线近似重合,研究其渐近线与屏幕的交点,可以得到

$$d \cos \theta = z \sin \theta + b, \quad (2)$$

改变  $b$ ,则  $d$  随之线性变化. 做  $d-b$  关系图,进行直线拟合后,求出其斜率  $\frac{1}{\cos \theta}$  和截距  $z \tan \theta$ ,计算出  $z$  和  $\tan \left( \frac{\theta}{2} \right)$ ,代入式(1)可以算出  $Q$ .

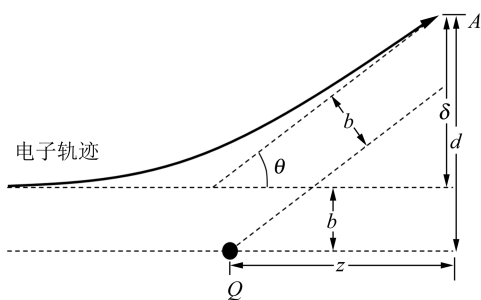


图 3 实验原理图 2<sup>[1]</sup>

固定  $Ub = 100 \text{ V} \cdot \text{cm}$ ,同时改变  $U$  和  $b$ ,选定不同入射点,记录入射电压  $U$  和出射点,并计算  $b$  和  $d$ . 实验数据如表 3 所示. 作  $d-b$  关系图,如图 4 所示. 拟合得到直线的斜率  $K = 1.50$ ,截距  $c = 10.0 \text{ cm}$ ,估算不确定度  $\Delta K = 0.10$ ,  $\Delta c = 0.5 \text{ cm}$ .  $\theta = 48.2^\circ$ ,  $z = 8.9 \text{ cm}$ ,  $|Q| = 99 \text{ pC}$ ,  $\Delta z = 0.7 \text{ cm}$ ,  $\Delta Q = 10 \text{ pC}$ .

表 3 方法 1 实验数据

$U/\text{V}$	$x_0/\text{cm}$	$y_0/\text{cm}$	$x_1/\text{cm}$	$y_1/\text{cm}$	$b/\text{cm}$	$d/\text{cm}$
33.3	2.4	-2.5	-9.0	-2.4	3.0	14.4
25.0	1.4	-2.5	-10.6	-2.1	4.0	16.0
20.0	0.4	-2.5	-12.1	-2.5	5.0	17.5
16.7	-0.6	-2.5	-13.5	-2.4	6.0	18.9
14.3	-1.6	-2.5	-15.0	-2.5	7.0	20.4
12.5	-2.6	-2.5	-16.5	-2.2	8.0	21.9
11.1	-3.6	-2.5	-18.1	-2.3	9.0	23.5
10.0	-4.6	-2.5	-19.5	-2.5	10.0	24.9

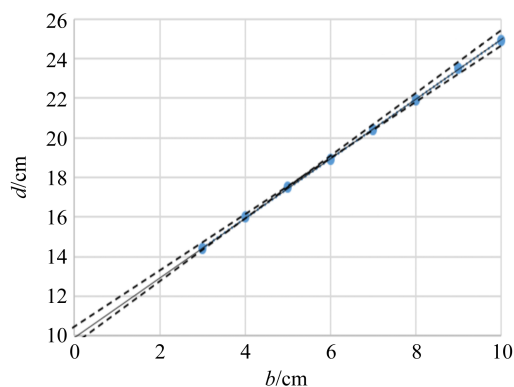


图 4 固定散射角的  $d-b$  关系图

#### 2.3.2 方法 2:保持 $b$ 固定且值较小

如图 3 所示,  $\delta = d - b$ ,  $\theta$  较大时,  $z \tan \theta \approx \delta$ . 根据正切的二倍角公式

$$\tan \theta = \frac{2 \tan \left( \frac{\theta}{2} \right)}{1 - \tan^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)}, \quad (3)$$

将式(1)代入式(3),得到

$$\tan \theta = \frac{2\gamma U}{\gamma^2 U^2 - 1}, \quad (4)$$

其中  $\gamma = \frac{2b}{kQ}$ . 当  $b \ll \delta$  时,有  $\tan \theta \approx \frac{\delta}{z}$ ,将该式变形为线性表达式,得到

$$\frac{2U}{\delta} = \frac{\gamma}{z} U^2 - \frac{1}{z\gamma}. \quad (5)$$

为了便于测量截距,将式(5)稍作变形,使斜率为负、截距为正,得到

$$\frac{2}{\delta U} = -\frac{1}{z\gamma} U^{-2} + \frac{\gamma}{z}, \quad (6)$$

固定  $b$ ,改变  $U$ ,做  $\frac{2}{\delta U} - U^{-2}$  关系图,线性拟合得到其斜率  $-\frac{1}{z\gamma}$  和截距  $\frac{\gamma}{z}$ ,进而计算得到  $\gamma$  和  $z$ ,并利

用  $\gamma$  的表达式求出  $Q$ .

选定入射点坐标为  $(0.4, -2.5)$ ,  $b=5$  cm 时, 测量出射点的位置, 实验数据如表 4 所示. 做  $\frac{2}{\delta U}$ - $U^{-2}$  关系图, 如图 5 所示. 可以求出拟合直线的斜率  $K=-1.42 \times 10^2$  V/m, 截距  $c=1.060$  V $^{-1} \cdot$  m $^{-1}$ , 估算不确定度  $\Delta K=0.30 \times 10^2$  V/m,  $\Delta c=0.013$  V $^{-1} \cdot$  m $^{-1}$ .  $\gamma=0.087$  V $^{-1}$ ,  $z=8.2$  cm,  $|Q|=128$  pC,  $\Delta z=1.2$  cm,  $\Delta Q=20$  pC.

表 4 方法 2 实验数据

$U/V$	$x_1/cm$	$y_1/cm$	$\delta/cm$	$\frac{2}{\delta U}/$ (V $^{-1} \cdot$ m $^{-1}$ )	$U^{-2}/$ (10 $^{-4}$ V $^{-2}$ )
100	-1.5	-2.5	1.9	1.05	1.0
90	-1.7	-2.5	2.1	1.06	1.2
80	-2.0	-2.5	2.4	1.04	1.6
70	-2.4	-2.4	2.8	1.02	2.0
60	-2.9	-2.5	3.3	1.01	2.8
50	-3.6	-2.4	4.0	1.00	4.0
45	-4.1	-2.4	4.5	0.99	4.9
40	-4.8	-2.4	5.2	0.96	6.3
35	-5.6	-2.5	6.0	0.95	8.2
33	-6.1	-2.5	6.5	0.93	9.2
30	-6.9	-2.4	7.3	0.91	11.1

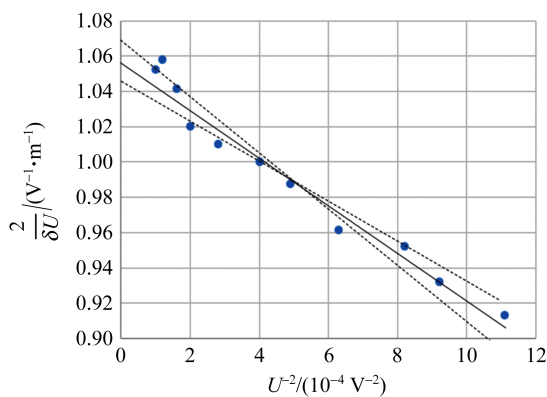


图 5 固定  $b$  的  $\frac{2}{\delta U}$ - $U^{-2}$  关系图

### 2.3.3 方法 3: 只得到 $z$ 与 $Q$ 的乘积

若得到  $z$  与  $Q$  的乘积, 还有一种更简便的方法. 在  $\theta$  很小时,  $\tan \theta \approx \theta$ . 同时, 起始端与末端的渐近线交点近似位于  $Q$  的上方, 故  $\tan \theta \approx \frac{\delta}{z}$ . 于是得到

$$b = \frac{kQz}{U\delta}, \quad (7)$$

即  $\delta = \frac{kzQ}{bU}$ . 可以固定  $b$ , 改变  $U$ , 测量多组  $\delta$ , 做过原点的直线拟合  $\delta U^{-1}$ , 从而算出  $zQ$  的值.

固定  $b=5.0$  cm, 改变  $U$ , 记录入射电压  $U$  和出射点  $(x_1, y_1)$ , 并计算  $\delta$ . 测得的数据记录如表 5 所示. 做  $\delta-U^{-1}$  关系图, 如图 6 所示. 可以求出拟合直线的斜率  $K=1.9$  m/V, 估算不确定度  $\Delta K=0.2$  m/V. 计算得到  $|zQ|=10.6$  pC $\cdot$  m,  $\Delta(zQ)=1.1$  pC $\cdot$  m.

表 5 方法 3 实验数据

$U/V$	$U^{-1}/(10^{-2} V^{-1})$	$x_1/cm$	$y_1/cm$	$\delta/cm$
200.0	0.50	-0.5	-2.5	0.9
150.0	0.67	-0.9	-2.5	1.3
100.0	1.00	-1.6	-2.5	2.0
66.7	1.50	-2.5	-2.5	2.9
50.0	2.00	-3.6	-2.4	4.0
40.0	2.50	-4.8	-2.4	5.2
33.3	3.00	-6.0	-2.3	6.4

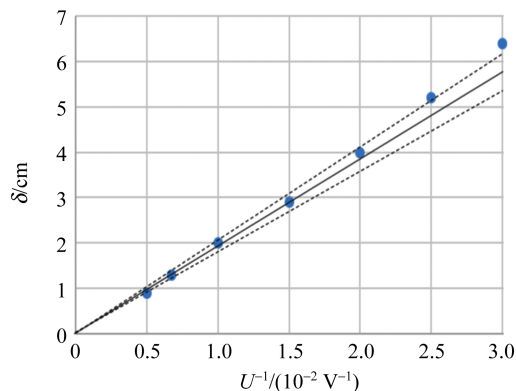


图 6 固定  $b$  的  $\delta-U^{-1}$  关系图

### 2.3.4 方法 4: 采用双曲线轨迹方程, 固定散射角 $\theta$

粒子受库仑力作用, 其运动轨迹为双曲线的 1 支, 且轨迹与屏幕的交点  $P$  离渐近线有一定距离. 如图 7 所示, 重画题目给出的原理图, 作出电子轨迹的渐近线, 设 2 条渐近线的交点为  $O$ , 以  $QO$  为  $Y'$  轴, 垂直  $QO$  并斜向右上为  $X'$  轴, 建立  $X'OY'$  系. 过  $Q$  点, 以水平向右为  $X$  轴, 竖直向上为  $Y$  轴, 建立  $XQY$  系. 根据式(1)和图 7 中参量间的几何关系, 推导  $P$  点位置的相关公式.

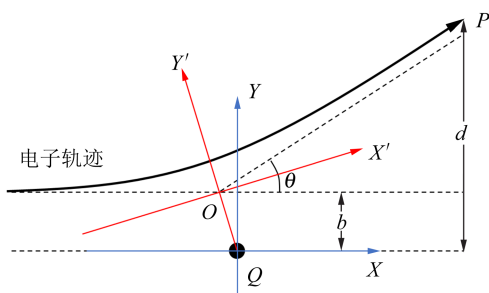


图 7 实验原理图 3

在  $X'O'Y'$  系中, 电子的轨迹方程为

$$\frac{Y'^2}{a^2} - \frac{X'^2}{b^2} = 1, \quad (8)$$

其中  $a = b \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$ .  $Q$  是双曲线的焦点, 所以有

$$QO = \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{b}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

满足如下的坐标变换:

$$\begin{cases} X' = X \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + Y \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \\ Y' = -X \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + Y \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - QO. \end{cases} \quad (9)$$

将式(9)代入式(8), 化简可得

$$2X = (Y - b) \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{Y^2}{T - b} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (10)$$

对于屏幕上的  $P$  点,  $Y = d, X = z$ . 代入式(10), 并固定散射角  $\theta$  进行线性化, 得到

$$\frac{d^2}{d - b} = (d - b) \cot^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - 2z \cot\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (11)$$

做  $\frac{d^2}{d - b} - (d - b)$  关系图, 通过线性拟合得到斜率  $\cot^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$  和截距  $2z \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$ , 可以计算出  $z$  和  $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$ , 代入式(1)可以算出  $Q$ .

固定  $Ub = 100 \text{ V} \cdot \text{cm}$ , 同时改变  $U$  和  $b$ , 选定不同入射点  $(x_0, y_0)$ , 记录入射电压  $U$ 、出射点  $(x_1, y_1)$ , 并计算  $b$  和  $d$ . 实验数据如表 6 所示.

做  $\frac{d^2}{d - b} - (d - b)$  关系图, 如图 8 所示. 可以求出拟合直线的斜率  $K = 6.73$ , 截距  $c = 59 \text{ cm}$ , 估算不确定度  $\Delta K = 0.10, \Delta c = 3 \text{ cm}$ . 所以有  $z = 11.4 \text{ cm}, Q = 85.7 \text{ pC}, \Delta z = 0.5 \text{ cm}, \Delta Q = 1.0 \text{ pC}$ .

表 6 方法 4 实验数据

$U/\text{V}$	$x_0/\text{cm}$	$y_0/\text{cm}$	$x_1/\text{cm}$	$y_1/\text{cm}$	$b/\text{cm}$	$d/\text{cm}$	$d - b/\text{cm}$	$\frac{d^2}{d - b}/\text{cm}$
33.3	2.4	-2.5	-9.0	-2.4	3.0	14.4	11.4	18.2
25.0	1.4	-2.5	-10.6	-2.1	4.0	16.0	12.0	21.3
20.0	0.4	-2.5	-12.1	-2.5	5.0	17.5	12.5	24.5
16.7	-0.6	-2.5	-13.5	-2.4	6.0	18.9	12.9	27.7
14.3	-1.6	-2.5	-15.0	-2.5	7.0	20.4	13.4	31.1
12.5	-2.6	-2.5	-16.5	-2.2	8.0	21.9	13.9	34.5
11.1	-3.6	-2.5	-18.1	-2.3	9.0	23.5	14.5	38.1
10.0	-4.6	-2.5	-19.5	-2.5	10.0	24.9	14.9	41.6

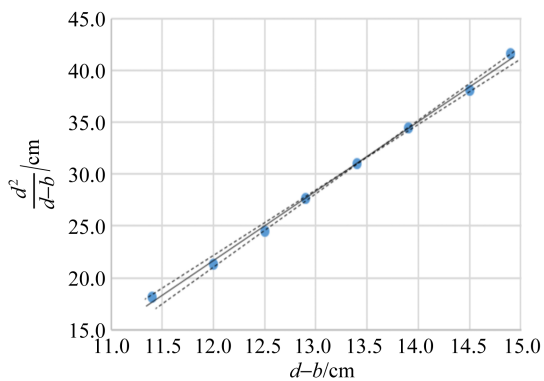


图 8 固定偏转角的  $\frac{d^2}{d - b} - (d - b)$  关系图

2.3.5 方法 5: 采用双曲线轨迹方程, 综合改变  $b$  和  $U$

将式(1)代入式(11), 可以得到:

$$z = \frac{Ub(d - b)}{kQ} - \frac{kQd^2}{4Ub(d - b)}, \quad (12)$$

在式(12)中, 含有变量的项只有 2 项, 可以进行线性化, 令  $s = \frac{1}{Ub(d - b)}$ , 得到:

$$d^2 s^2 = -\frac{4z}{kQ} s + \frac{4}{k^2 Q^2}. \quad (13)$$

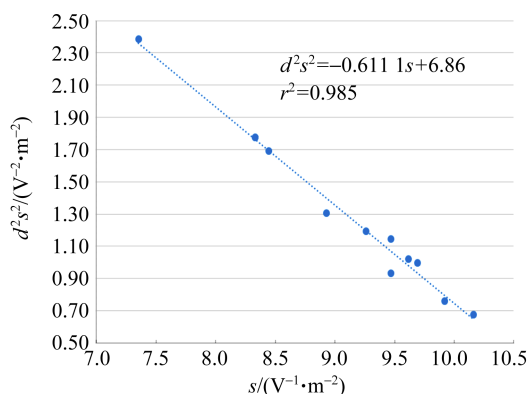
分组固定  $U$ , 改变  $b$  和入射点  $(x_0, y_0)$ , 测量

出射点  $(x_1, y_1)$ , 并计算  $b$  和  $d$ . 其中, 选择 3 组  $d$  随  $b$  变化较大的电压  $U$ , 即 20, 40, 60 V, 在每个电压下,  $b$  在 4~10 cm 间每隔 2 cm 等距设置 1 组. 实验数据如表 7 所示. 作  $d^2 s^2$ - $s$  关系图, 如

图 9 所示. 线性拟合得到斜率  $K = -0.611 \text{ V}^{-1}$ , 截距  $c = 6.86 \text{ V}^{-2} \cdot \text{m}^{-2}$ , 不确定度  $\Delta K = 0.016 \text{ V}^{-1}$ ,  $\Delta c = 0.12 \text{ V}^{-2} \cdot \text{m}^{-2}$ . 所以有  $z = 11.7 \text{ cm}$ ,  $Q = 84.9 \text{ pC}$ ,  $\Delta z = 0.3 \text{ cm}$ ,  $\Delta Q = 1.0 \text{ pC}$ .

表 7 方法 5 实验数据

$U/\text{V}$	$x_0/\text{cm}$	$y_0/\text{cm}$	$x_1/\text{cm}$	$y_1/\text{cm}$	$b/\text{cm}$	$d/\text{cm}$	$s/(\text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-2})$	$d^2 s^2/(\text{V}^{-2} \cdot \text{m}^{-2})$
20.0	1.4	-2.5	-15.6	-2.2	4.0	21.0	7.4	2.38
20.0	-0.6	-2.5	-10.6	-2.4	6.0	16.0	8.3	1.78
20.0	-2.6	-2.5	-10.0	-2.4	8.0	15.4	8.4	1.69
20.0	-4.6	-2.5	-10.6	-2.4	10.0	16.0	8.3	1.78
40.0	1.4	-2.5	-5.1	-2.5	4.0	10.5	9.6	1.02
40.0	-0.6	-2.5	-4.9	-2.4	6.0	10.3	9.7	1.00
40.0	-2.6	-2.5	-5.9	-2.5	8.0	11.3	9.5	1.15
40.0	-4.6	-2.5	-7.4	-2.5	10.0	12.8	8.9	1.31
60.0	1.4	-2.5	-2.7	-2.4	4.0	8.1	10.2	0.68
60.0	-0.6	-2.5	-3.4	-2.4	6.0	8.8	9.9	0.76
60.0	-2.6	-2.5	-4.8	-2.5	8.0	10.2	9.5	0.93
60.0	-4.6	-2.5	-6.4	-2.4	10.0	11.8	9.3	1.19

图 9  $d^2 s^2$ - $s$  关系图

### 3 讨论与分析

#### 3.1 实验结果分析

对于部分国际物理奥林匹克竞赛 (IPHO), 比赛的评分细则可以分为解题方法阐述、数据测量、作图、数据拟合、实验结果 5 部分. 此次欧赛由于开放灵活, 方法较多, 其评分标准相对复杂.

试题分 2 部分, 满分为 4 分的第一部分难度较低, 第二部分满分 6 分, 其评分标准分为 3 个模块, 分别为数据采集的科学性和规范性 1 分、实验方法的选取 2.5 分和实验结果的准确度 2.5 分.

第二部分实验中,  $z$  的真值为 11.5 cm,  $Q$  为

负值,  $|Q|$  的真值为 86 pC. 按照评分细则, 实验结果的满分要求  $z$  的测量值要位于 11~12 cm 之间,  $|Q|$  的测量值要位于 70~100 pC 之间. 对比方法 1, 2, 4, 5 的结果, 可以看出, 方法 4 和 5 的测量值与真值相当接近, 并且其不确定度相对较小. 方法 1 和 2 具有较大的误差.

欧赛评分细则对于不确定度评定有明确要求, 即不确定度评定要兼顾系统误差与随机误差, 并清晰反映图像处理 and 数学计算中的内容. 本实验中的误差主要来源于以下 5 个方面: a. 出射线的初始位置的高斯误差 0.5 mm; b. 屏幕像素分辨率 1 mm; c. 切线近似; d. 对于最终轨迹与渐近线的近似; e. 渐近线与屏幕交点的近似. 其中, 前 2 个方面属于随机误差, 后面 3 个属于系统误差.  $z$  和  $Q$  的测量值位于真值的 2 倍不确定度范围内可获得满分. 按照这一标准, 方法 1 中,  $Q$  的不确定度符合要求,  $z$  由于系统误差偏大而不符合要求; 方法 2 中,  $z$  和  $Q$  二者的不确定度估计均不符合要求; 方法 4 和方法 5 中,  $z$  和  $Q$  的不确定度估计均符合要求.

方法 1 和方法 2 测量不准的主因是系统误差. 对比方法 1 和方法 4, 都采用了固定散射角的方法, 分别使用  $d \cdot b$  和  $\frac{d^2}{d-b} \cdot (d-b)$  进行拟合, 方

法1中进行了理论近似. 系统误差的来源诸多, 对于虚拟实验, 选用的测量方法需要满足理论公式的近似性. 将式(2)计算出的  $d$  记作  $d'$ , 与式(11)计算出的真值  $d$  相比, 有系统误差  $\Delta d = d - d'$ . 固定  $Ub = 100 \text{ V} \cdot \text{cm}$ , 利用式(2)和式(11)计算出的系统误差理论值如表8所示.

表8 固定  $Ub$  的系统误差理论值

$U/\text{V}$	$b/\text{cm}$	$d/\text{cm}$	$d'/\text{cm}$	$\Delta d/\text{cm}$
100.0	1.00	11.84	11.80	0.03
50.0	2.00	13.24	13.16	0.08
33.3	3.00	14.66	14.51	0.15
25.0	4.00	16.11	15.86	0.25
20.0	5.00	17.58	17.21	0.37
16.7	6.00	19.07	18.56	0.51
14.3	7.00	20.57	19.91	0.66
12.5	8.00	22.09	21.26	0.82
11.1	9.00	23.62	22.62	1.00
10.0	10.00	25.15	23.97	1.19

由表8中数据可以发现, 如果将方法1和方法2中的系统误差减小到随机误差量级, 则  $b$  的值需要减小到2 cm以下, 但是此时  $d$  的随机误差会大大增加, 导致无法输出有效结果. 对  $b < 2 \text{ cm}$  有代表性的入射状态为  $U = 50 \text{ V}$ , 固定  $b = 1.5 \text{ cm}$ , 重复测量10次出射点位置, 并计算相应的  $d$ , 实验结果如表9所示.

表9 估算  $d$  随机误差的实验数据

次数	$x_1/\text{cm}$	$y_1/\text{cm}$	$d/\text{cm}$
1	-13.2	-1.5	18.6
2	-12.6	-0.9	18.1
3	-13.1	-1.2	18.5
4	-10.9	-1.7	16.3
5	-11.5	-1.5	16.9
6	-13.3	-0.9	18.8
7	-12.6	-0.9	18.1
8	-11.9	-0.5	17.4
9	-14.2	-0.2	19.7
10	-12.3	-1.0	17.8

从表9中可以看出,  $d$  的随机误差在1 cm数量级, 影响测量.

方法3没有得到最终的  $z$  和  $Q$ . 按照评分标准, 使用方法3最多只能获得1.5分, 该项满分要

求  $|zQ|$  位于  $9.9 \sim 10.1 \text{ pC} \cdot \text{m}$  之间. 不确定度满分要求  $|zQ|$  的真值位于测量值的2倍不确定度范围内. 按照这一标准, 方法3的不确定度估计符合要求, 但测量值不符合该方法的满分要求. 这是由于方法3本身要求  $\theta$  值较小, 从而导致  $d$  具有较大的相对误差, 进而导致测量值具有很大的误差.

### 3.2 实验命题背景简介与分析

1909年, 卢瑟福(E. Rutherford)和助手盖革(H. Geiger)及学生马斯登(E. Marsden)在做粒子金箔散射实验时, 观察到绝大部分  $\alpha$  粒子几乎是直接穿过金箔, 但有约  $\frac{1}{8000}$  的  $\alpha$  粒子散射角大于  $90^\circ$ . 此实验结果用汤姆逊原子模型根本无法解释. 卢瑟福等在1911年提出原子的核式模型, 原子中的正电荷集中在原子中心很小的区域内, 且原子的全部质量也集中在这个区域内.

如果用卢瑟福的核式结构模型考虑  $\alpha$  粒子的散射<sup>[2]</sup>, 那么原子核与粒子之间的库仑力可写为

$$F = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (14)$$

其中,  $Z_1$  和  $Z_2$  分别表示原子核和  $\alpha$  粒子的电荷数,  $\epsilon_0$  为真空介电常量,  $e$  为电子电荷,  $r$  为  $\alpha$  粒子与原子核之间的距离. 对于  $\alpha$  粒子,  $Z_2 = 2$ .

考虑到金属原子核的质量远大于  $\alpha$  粒子的质量, 近似认为原子核固定不动, 由于  $\alpha$  粒子受到平方反比斥力, 故其轨迹为双曲线, 初末两端渐近线的夹角为

$$\theta = 2\arctan\left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 E b}\right). \quad (15)$$

利用式(15), 可以推导出卢瑟福散射公式的另一种形式, 即微分散射截面公式

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E}\right)^2 \frac{1}{\left(2\sin\frac{\theta}{2}\right)^4}, \quad (16)$$

其中,  $d\sigma$  为散射截面,  $d\Omega$  为立体角元. 式(16)的物理意义为: 单位面积内垂直入射1个粒子时, 被该面积内1个靶原子散射到  $\theta$  角附近单位立体角内的概率.

考虑到电子和原子核的精确位置难以测量, 同时原子核和电子的热运动都会对测量精度造成进一步的影响, 实际实验中利用式(17)而非式(16)测量大角度处的电子数量分布, 进而验证了核式原子结构模型.  $d\sigma$  与单位时间内所记录到的

粒子总数有关,可以借助统计平均来减小实验的测量误差.目前实验教学中,卢瑟福散射实验可以利用步进电机调节观测的散射角,并利用探测器和数据采集卡获取数据,可以较快得到足量数据进行验证.在角度较大时,卢瑟福散射公式与数据吻合程度较好<sup>[3-4]</sup>.也可以以虚拟方式进行实验<sup>[5]</sup>,但形式有很大区别.卢瑟福散射实验提供了一种物质结构分析的方法及材料分析的手段.

竞赛虚拟实验中采用了电子散射,即1903年德国科学家勒纳(P. Lenard)等采用的实验方案.历史上,采用 $\alpha$ 粒子而非电子散射,主要是受到实验条件的限制,天然放射性元素中的 $\alpha$ 粒子高于在当时实验条件下能够获得的加速的电子动能,从而满足轨道概念近似<sup>[6]</sup>.虚拟实验并没有从实际实验中采用的模型出发,而是将式(16)中的物理模型简化为式(1),基于此简化模型,考察了学生实验设计、数据分析与表达、误差分析等方面的能力.实验设计上,需要进行预实验,进而优化实验方案,选择合理的初始参量,以控制变量进行多组实验.实验数据处理上,需要熟悉列表法、作图法、最小二乘法拟合曲线等.

试题1对学生的实验设计能力和不确定分析的基础知识提出了很高要求.合理设置测量方案,根据已知公式进行合理近似才能顺利进行实验.本文中提出的方法4和方法5,利用了严格的数学关系和坐标变换,准确度较高,同时由于放弃了部分理论近似,提高了难度.

本题解法的多样性对实验教学具有一定的借鉴意义.在解题过程中,学生既可以通过合理近似简化计算过程,也可以通过完善理论推导减小误差.这不仅避免了解法的单一化和同质化,而且在实践过程中综合考查了学生对基本原理、误差分析等的理解,一举多得.在分析试题的基础上,可以设置合理的引导,从而进一步完善探究层次,将其改为综合实验.

进行虚拟实验教学时,也可以进行类比和讨论,使学生明晰实际实验和虚拟实验的区别,认识虚拟实验的局限性.例如,本题2.3.1中采用固定散射角的方法,得到的散射角度为 $48.2^\circ$ ,恰好位于 $45^\circ\sim 150^\circ$ 较为合理的实验参量区间,对于小角度入射的情况虚拟实验中并未做限制,而实验

中会出现较大误差<sup>[5]</sup>.本试题中的虚拟实验设计非常开放,网站上也提供了程序编写使用的源代码<sup>[1]</sup>,基于此可以和实际实验方案结合,进一步开发、拓展实验.

### 3.3 参赛学生答题情况

260名参赛学生的答题情况:总平均分4.27分(满分10分),29.6%的选手得分超过6分.有52名选手得分在2分及以下,得分在2~4分、4~6分、6~8分的学生人数均在60~70人之间,还有8名选手得分超过8分.该实验不仅考查了传统的选择参量、数据计算等环节,还考查了基于误差理论合理进行实验方案的设计,选择合理的测量方案以获取结果和减小误差的能力,更是在各环节都强调了“数形结合”和空间想象的能力.本实验中,一部分选手因为设计不出实验方案导致部分参量无法测量,从而失去分数;较多的选手失分来自测量数据的不完整性、结果的获取和不确定度的处理.

## 4 总结与展望

欧洲物理奥林匹克竞赛摒弃了以往物理奥林匹克竞赛中题量大的特点,题目简约而不简单,更加注重物理分析和物理思维,以及物理知识掌握和应用能力.“隐藏的电荷”虚拟实验也可用于理论力学、原子物理等理论课程的教学.虚拟实验强调了利用误差理论来指导实验方案设计的重要性.在实验程序开发上,其提供的源代码为虚拟实验设计提供了参考,例如使用mt19937伪随机数算法进行实验误差设计.

目前,南开大学基础物理实验中心已经采用多项竞赛虚拟仿真实验用于基础物理实验教学.根据2022年秋季学期针对物理伯苓班的欧赛虚拟实验教学反馈,较多学生认为欧赛具有新颖性,对实验设计能力和误差理论的灵活应用的挑战较高,与目前的基础物理实验教学内容能够形成较好的互补,其后续的教学效果和相关研究等依然有较大的研究空间.

### 参考文献:

- [1] European Physics Olympiad [EB/OL]. (2020-07-20)[2023-02-06]. <https://eupho.ee/eupho-2020>.

(下转 54 页)



## Investigation on enhanced electroluminescent performance of green phosphorescent devices via interfacial electroplex

HU Bang<sup>†</sup>, WU Ye<sup>†</sup>, JI Wenyi, LOU Junhui, LYU Zhaoyue

(School of Physics, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

**Abstract:** In order to investigate the effect of electroplex formed at the interface of TCTA /TPBi on the device performance, the phosphorescent devices were prepared by doping Ir(ppy)<sub>3</sub> emitter into TCTA. The experimental results demonstrated that the electroplex forming were favorable for improving the device luminance and efficiency compared to the electroplex free device (CBP-hosted device). Specifically, the exciton recombination region was broadened and the probability of exciton recombination was improved to a certain extent due to the formation of TCTA/TPBi electroplex in the TCTA-hosted device. At the same time, due to relatively small single-triplet gap of electroplex, the energy of triplet electroplex could be transferred to Ir(ppy)<sub>3</sub> emitter through Förster resonance energy transfer, leading to a reduction of energy loss and thus improvement of device properties.

**Key words:** interfacial electroplex; exciton recombination region; energy transfer; green phosphorescent devices

[编辑:任德香]

(上接 42 页)

[2] 杨福家. 原子物理学[M]. 北京:高等教育出版社, 2000:12-18.

[3] 彭炳文. 卢瑟福散射实验研制[J]. 大学物理, 1985,4(7):25-28.

[4] 赵博. 卢瑟福散射实验数据获取系统研制[D]. 合

肥:合肥工业大学,2016.

[5] 师应龙,丁晓彬,李冀光,等.  $\alpha$  粒子散射实验的理论模拟[J]. 大学物理,2007,26(5):40-43.

[6] 赵坚. 为何不用电子做散射实验? [J]. 物理通报, 2001(3):11-12.

## Introduction and solutions to the experimental question 1 of the 4th European Physics Olympiad experimental exam

YANG Mingxuan<sup>1,2</sup>, WANG Jin<sup>3a,3b</sup>, SONG Feng<sup>3a</sup>

(1. School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China;

2. High School Affiliated to Nanjing Normal University, Nanjing 210003, China;

3a. School of Physics; 3b. National Demonstration Center for Experimental Physics Education (Nankai University), Nankai University, Tianjin 300071, China)

**Abstract:** The 4th European Physics Olympiad experimental exam 1 was about hidden charge. In this paper, the problems, examinations procedures and solutions of experimental question 1 were detailedly introduced, as well the motivation of the problem combined with the physics background and practical application was introduced, and finally the situation on the scores of students was analyzed. Using the measured initial kinetic energy and the entry and exit positions of a series of electrons, experimental question 1 could calculate the position and charge of the unknown charge, and then could be applied for teaching theoretical mechanics and atomic physics.

**Key words:** European Physics Olympiad; charge; electric quantity

[编辑:郭 伟]