

文章编号:1005-4642(2024)11-0021-07

基于迈克耳孙等厚干涉的三自由度位移测量

邱鹏, 林响, 颜浩

(华中科技大学 物理学院, 湖北 武汉 430074)

摘要:提出了基于迈克耳孙等厚干涉的多自由度位移读取方法,可实时高精度测量目标反射镜3个自由度的运动,包括1个平动自由度和2个转动自由度. 本文给出了干涉的测量原理、实验设计以及测试结果,验证了测量方案的可行性. 通过与高精度商用运动平台标定测试,实现了三自由度运动测量,位移和角度灵敏度分别达到了 $1\text{ nm/Hz}^{1/2}$ @ $>1\text{ mHz}$ 和 $10\text{ }\mu\text{rad/Hz}^{1/2}$ @ $>1\text{ mHz}$,动态范围分别超过了 10 mm 和 100 mrad . 这种测量方法可广泛应用于大学物理实验教学、微小位移计量以及工业精密制造等领域.

关键词:迈克耳孙干涉仪;等厚干涉;三自由度测量

中图分类号:O436.1

文献标识码:A

DOI:10.19655/j.cnki.1005-4642.2024.11.003

迈克耳孙干涉仪具有结构简单、设计精巧、测量精度高等优点,被广泛应用于微小位移的精密测量以及计量检测^[1-2],测量分辨率可达亚 nm 级^[3]. 各大高校大学物理课程普遍开设迈克耳孙干涉实验,利用等倾干涉和等厚干涉测量微小位移、微振动、光波波长、单色光源的相干长度以及透明体的折射率等^[4-5]. 其中,等倾干涉记录圆环条纹的“吞吐”级数变化,等厚干涉则记录直条纹的移动^[6]. 利用探测器自动条纹计数,可实现大范围高精度测量^[7-10]. 然而,相比外差干涉仪的高精度差分波前传感多自由度测量^[11-12],传统的单路迈克耳孙干涉仪仅能测量目标反射镜的1个自由度的平动位移,多自由度测量需要多路干涉仪^[13-14]. 为了实现单路迈克耳孙干涉仪的多自由度测量,本文设计了基于迈克耳孙等厚干涉的条纹信号读取方法,可以实现目标反射镜高精度大范围三自由度运动测量.

1 实验测量原理

1.1 迈克耳孙干涉仪

迈克耳孙干涉仪的基本光路示意图如图1所示. 从光源出射的光到达分束镜 G_1 (右侧镀膜)

后,同时被反射(光束1)和透射(光束2). 光束1到达参考反射镜 M_1 被反射回来后,再经 G_1 后为光束1';光束2经过补偿板 G_2 (保证两光束在玻璃中的光程相等)到达目标反射镜 M_2 ,经 M_2 反射后,再经半反射面 G_1 反射后为光束2'. 光束2'与光束1'产生干涉,通过观察屏或相机可以观察到干涉条纹. 当 M_1 与 M_2 严格垂直时,产生等倾干涉条纹;当 M_1 与 M_2 存在一定夹角时,则产生等厚干涉条纹.

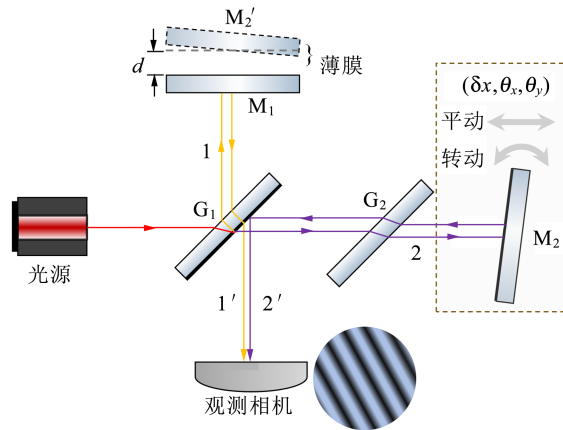


图1 迈克耳孙干涉仪原理图

收稿日期:2024-05-28;修改日期:2024-08-21

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 12105375)

作者简介:邱鹏(1998—),男,四川成都人,华中科技大学物理学院2023级博士研究生,从事精密光学测量研究. E-mail:qiupeng@hust.edu.cn

通信作者:颜浩(1992—),男,湖北黄冈人,华中科技大学物理学院助理研究员,博士,从事精密光学测量研究以及大学物理实验教学工作. E-mail:yanhao2022@hust.edu.cn

1.2 等厚干涉

在图1中, M_2' 是 M_2 经 G_1 所成的虚像, 这样光束 1' 和 2' 可分别看成经反射镜 M_1 和 M_2' 反射而来, 因此在迈克耳孙干涉仪中产生的干涉条纹可以等效为 M_1 和 M_2' 间空气薄膜所产生的干涉条纹. 当反射镜 M_1 和 M_2 存在微小夹角时, M_2' 与 M_1 构成空气劈尖, 产生等厚干涉条纹. 等厚干涉形成的明暗条纹有以下特点:

$$2d = \begin{cases} k\lambda, & \text{明纹;} \\ \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda, & \text{暗纹.} \end{cases} \quad (1)$$

式中, d 为反射镜 M_1 和 M_2' 间空气间隙的厚度, λ 为激光波长, $k(k=1, 2, 3, \dots)$ 为干涉条纹的级数.

等厚条纹为平行于棱边(两反射镜所在平面的交线)的直线, 如图2所示. 值得注意的是, 在棱边 $d=0$ 处, 固有光程差为 $\lambda/2$, 因此为暗条纹. 相邻两明(暗)条纹间对应的厚度差

$$\delta d = \frac{1}{2}\lambda. \quad (2)$$

两相邻明(暗)条纹间距 l 满足($\theta \ll 1$):

$$l = \frac{\delta d}{\sin \theta} \approx \frac{\lambda}{2\theta}. \quad (3)$$

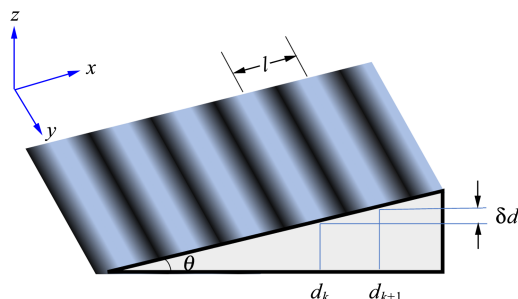


图2 等厚干涉条纹模型图

可以看出: 条纹的位置取决于空气劈尖的厚度 d , 条纹间距 l 则取决于 θ 和 λ . 当 λ 一定时, 随着空气劈尖厚度 d 的增加, 干涉条纹整体向左移动; 随着劈尖角度 θ 的增加, 条纹的间距 l 减小, 条纹会变得越来越密, 直至不可分辨. 因此, 干涉条纹与目标反射镜的平动以及转动均有关系.

1.3 平动与转动测量

1) 目标反射镜 M_2 纯平动情况. 假设反射镜虚像 M_2' 与 M_1 的夹角固定为 θ , 当 M_2 移动 δx (即虚像 M_2' 由图3中实线位置平移到虚线位置时), 干涉(明、暗)条纹整体位置向右移动 δl_x (条

纹间距 l 不变). 平动位移 δx 可表示为

$$\delta x = \frac{\delta l_x}{\sin \theta} = \frac{2l}{\lambda} \delta l_x \quad (4)$$

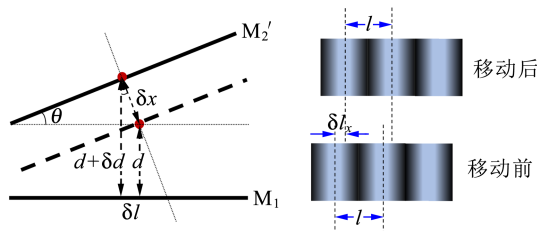


图3 目标反射镜 M_2 纯平动时等厚干涉条纹变化示意图

2) 目标反射镜 M_2 纯转动情况. 假设虚像 M_2' 与 M_1 的夹角为 θ , 反射镜 M_2 在面内发生微小偏转, 偏转角为 $\delta\theta$ (见图4), 干涉条纹的间距变化为 δl_θ . 由式(2)和式(3)可得, 转动位移为

$$\delta\theta = -\frac{\lambda}{2l^2 \cos \theta} \delta l_\theta \approx -\frac{\lambda}{2l^2} \delta l_\theta. \quad (5)$$

考虑反射镜垂直测量光轴 2 个自由度的转动, 可以将转动分解为 2 个分量 $\delta\theta_x$ 和 $\delta\theta_y$, 分别表示为

$$\begin{cases} \delta\theta_x \approx -\frac{\lambda}{2l_x^2} \delta l_{\theta_x}, \\ \delta\theta_y \approx -\frac{\lambda}{2l_y^2} \delta l_{\theta_y}, \end{cases} \quad (6)$$

其中, l_x 和 l_y 分别表示 x 和 y 轴上的条纹宽度投影, δl_{θ_x} 和 δl_{θ_y} 分别表示 x 和 y 轴上的条纹宽度变化量. 根据干涉条纹与观察屏坐标轴的角度, 可以得到目标反射镜 M_2 在 x 方向和 y 方向偏转的角度.

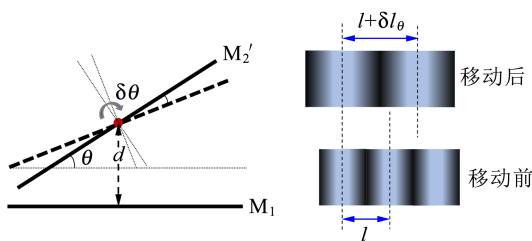


图4 目标反射镜 M_2 纯转动时等厚干涉条纹变化示意图

3) 反射镜 M_2 的平动和转动同时存在的情况. 此时, 反射镜虚像 M_2' 由实线位置平移到虚线位置, 然后沿着箭头的方向发生偏转, 偏转角为 $\delta\theta$, 最终位置为 M_2'' , 如图5所示. 此时, 目标反射镜 M_2 的平动以及转动分别由式(4)和式(5)给出.

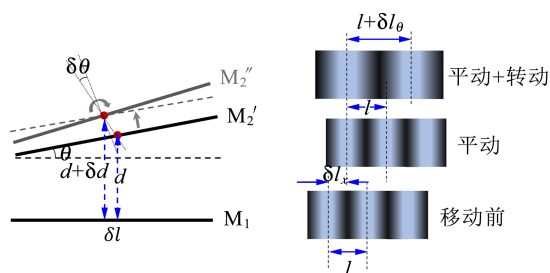


图 5 目标反射镜同时平动和转动时干涉条纹变化示意图

1.4 位移测量噪声幅度谱密度

在精密位移测量系统中,噪声谱密度是衡量系统本征噪声随频率变化的重要参量,对于系统的灵敏度评估至关重要^[15-16]。在本实验中,测量噪声谱密度旨在评估迈克耳孙干涉仪检测目标反射镜位移和转动的灵敏度。

以平动位移噪声 $x(t)$ 为例,其噪声幅度谱密度可以定义为^[16]

$$A_x(f) = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X_T(f)|^2}{T}}, \quad (7)$$

其中, T 表示测量时间, $X_T(f)$ 表示 $x(t)$ 的连续傅里叶变换。同理,可得到另外 2 个转动自由度 θ_x 和 θ_y 的噪声幅度谱密度。通过幅度谱密度可以直观地观察干涉仪系统的位移测量噪声在各个频率上的强度分布情况。

噪声谱密度的研究对于实验教学具有重要意义,不仅可以帮助学生理解噪声对测量精度的影响,还可以让学生掌握降低噪声的方法,从而提升实验的准确性和可靠性。此外,噪声谱密度与测量误差密切相关,通过噪声谱密度的分析,学生可以更好地理解实验中的不确定度来源,进而设计出更为精确的实验方案。

2 实验装置

为了对基于迈克耳孙等厚干涉的三自由度运动测量方法进行实验检验,按图 1 所示搭建了干涉仪光学测量系统。由 Nd-YAG 单频激光器发射中心波长为 1 064 nm 的激光,出射功率约 10 mW。为了实现激光的扩束准直,激光器的出光口安装有准直透镜。经过扩束后,激光的束腰半径约为 1 cm。准直激光经过分束镜后等分为功率接近的 2 部分:a. 参考激光分量,经过固定不动的参考反射镜反射后,再次透射穿过分束镜进入

探测相机;b. 测量激光分量,经过目标反射平面镜反射后,再次反射穿过分束镜进入探测相机,并与参考激光分量发生干涉。

在干涉仪调装过程中,调节参考反射镜的位置和姿态,直至在相机观察到清晰的干涉条纹。此时,利用微调螺钮调节测量反射镜的平动以及姿态转动,观测干涉条纹的移动、条纹间距以及条纹方向的变化。选取合适的位置,即可开始测量目标反射镜 3 个自由度的运动。

为了模拟目标三自由度运动,将目标反射镜安装在带有压电陶瓷制动器以及微螺旋推进杆的光学平台上。通过 3 个制动轴之间的配合,可以实现目标反射镜 1 个平动自由度以及 2 个转动自由度的精密运动。平动以及转动分辨率分别约为 0.1 μm 和 1 μrad ,运动范围分别超过 10 mm 和 100 mrad。制动器由专门的电压控制器驱动,并连接计算机,由程序进行驱动控制。同时,观测相机实时采集的干涉条纹信号由计算机进行数据采集与处理。通过程序自动读取条纹的移动、间距以及方向变化等信息,计算反射镜的三自由度运动。

为了降低环境扰动(温度、气流、振动等)对干涉仪测量系统的噪声耦合影响,干涉仪系统被搭建在 400 mm $\times$ 400 mm 带隔振腿的光学平台上,并放置在保温箱中。保温箱内部铺有铝箔,中间采用无机纤维真空保温板,最外层采用隔音棉,温度扰动低于 1 mK/Hz^{1/2}@1Hz。此外,整套实验装置安装在带有气浮隔振的光学桌上。表 1 给出了实验系统的关键参量。

表 1 实验系统的关键参量

参量	数值
激光波长	1 064 nm
激光总功率	~10 mW
激光束腰	~1 cm
相机像素[BC210CV(/M)]	4 096 $\times$ 2 992 pixel
驱动平台运动分辨率	平动: ~0.1 μm ; 转动: ~1 μrad
驱动平台运动重复性	平动: ~0.2 μm ; 转动: ~2 μrad
驱动平台运动范围	平动: >10 mm; 转动: >100 mrad

3 实验设计方案

针对大学物理实验教学,设计了迈克耳孙等厚干涉三自由度位移测量实验的实施方案,以下

为具体实施步骤.

1) 干涉仪的安装与调节: 首先进行干涉仪的安装和调节, 学习如何通过调节目标反射镜的位置和姿态来获得稳定的干涉条纹. 这一阶段旨在培养学生的光学调节能力, 为后续实验打下基础.

2) 干涉条纹移动的观测与测量: 在调节好干涉仪后, 通过微小调节目标反射镜的位置, 观察和记录干涉条纹的移动情况. 这一阶段主要是让学生理解平动位移对干涉条纹的影响, 并掌握通过条纹移动来测量位移的技术.

3) 干涉条纹间距与转动测量: 通过调节目标反射镜的转动角度, 观察干涉条纹间距的变化, 从而学习如何通过条纹间距的变化来测量目标反射镜的旋转自由度. 这一步帮助学生深入理解干涉条纹与镜面角度之间的关系, 并学会如何测量微小角度的变化.

4) 位移测量噪声谱密度测量: 在固定目标反射镜的位置后, 测量干涉条纹的噪声谱密度, 从而评估系统的噪声水平和灵敏度. 通过这一步骤, 学生学习分析和减少噪声对测量结果的影响.

5) 目标反射镜位移驱动测试: 为了进一步验证该干涉仪测量装置的微小运动测量以及动态响应性能, 利用压电陶瓷制动器驱动目标反射镜进行位移驱动测试. 为了便于观察, 可分别对平动和转动加载周期性的驱动信号, 如方波、三角波、正弦波、锯齿波等. 同时, 可改变驱动信号的频率, 进一步验证干涉仪位移测量系统在不同频率处的平动、转动位移分辨能力. 这一步将帮助学生深入理解动态响应, 学会如何对装置的测量指标进行实验检验.

6) 测量结果与理论分析进行对比: 对比实验测量结果与理论预测, 评估测量误差并讨论可能的误差来源. 对比不同驱动器输入行程下干涉仪的位移响应输出, 分析干涉仪输出响应与驱动器运动输入是否吻合, 并观察测量误差. 这一环节主要是培养学生的批判性思维和实验分析能力, 使其能够在实际应用中设计出更为精确的实验方案.

该实验设计方案旨在通过循序渐进的实验步骤, 让学生系统掌握迈克耳孙干涉三自由度精密位移测量技术, 并在实际操作中提升学生的实验技能, 为未来的物理实验研究打下坚实基础.

4 实验结果与分析

利用计算机和电压控制器驱动带有压电陶瓷制动器的光学平台, 实现对目标反射镜的三自由度运动控制. 图6给出了目标反射镜调装过程中, 2个转动自由度(θ_x, θ_y)的干涉条纹输出响应. 可以看出:

1) 目标反射没有转动时($\theta_x, \theta_y = 0$), 测量激光与参考激光完全对准, 此时只有大圆光斑;

2) 当反射镜发生姿态旋转时, 开始出现条纹, 且条纹的方向与转动自由度一致(即绕 x 轴旋转为竖条纹, 绕 y 轴旋转为横条纹);

3) 转动角度越大, 条纹间距越小, 且转动响应范围超过 20 mrad(实际测量中, 可达 100 mrad).

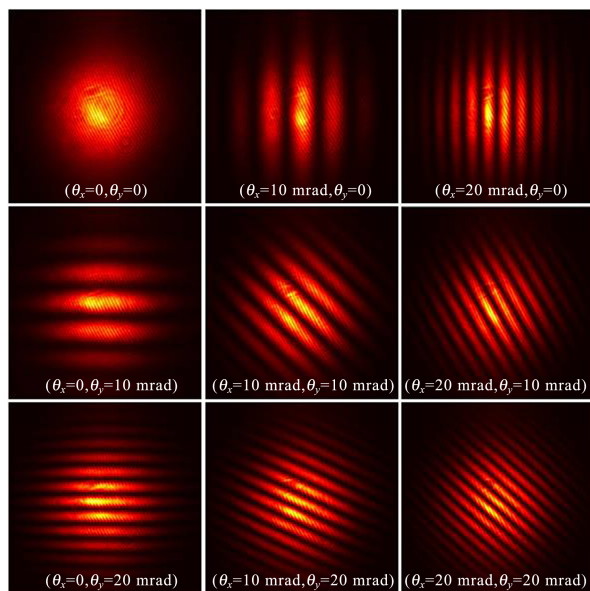
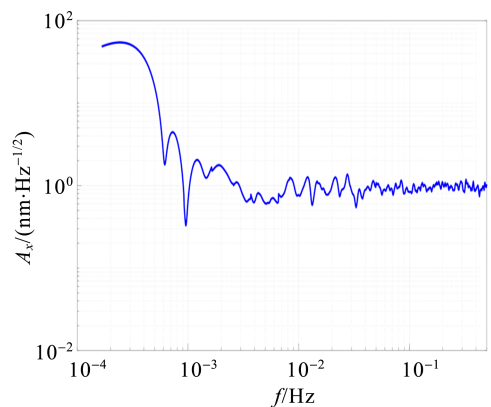


图6 目标反射镜2个自由度转动时实测干涉条纹响应

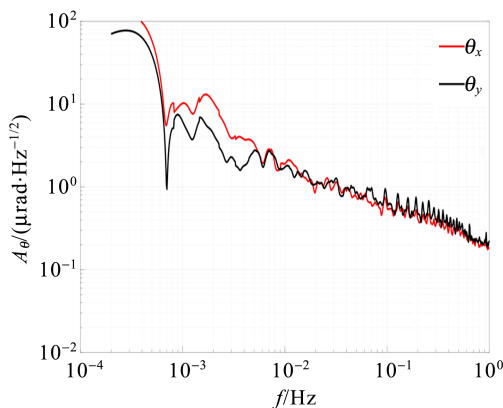
值得注意的是, 图6中的大条纹包含了小条纹, 其来源于探测相机前端光学元件的杂散光与主光束的干涉. 在更为精密的测量中, 可以在光学元件的透射表面镀增透膜来抑制杂散光.

为了对目标反射镜的运动进行更加精细地测量, 可以利用计算机程序自动拟合条纹的移动、间距以及方向等信息. 结合测量方程, 即可得到三自由度实时运动信息. 为了实现等厚干涉, 需要设置角度偏置, 选取偏转角 $\theta_x = 10 \text{ mrad}$, $\theta_y = 0$ 的工作点(图6). 首先, 测量干涉仪的静态噪声本底, 此时目标反射镜固定不动. 图7给出了其三

自由度位移灵敏度测试结果:图 7(a)为平动位移噪声谱密度,灵敏度达到 $1 \text{ nm}/\text{Hz}^{1/2} @ > 1 \text{ mHz}$; 图 7 (b)为转动位移的噪声谱密度,灵敏度达到 $10 \text{ } \mu\text{rad}/\text{Hz}^{1/2} @ > 1 \text{ mHz}$.



(a)平动位移噪声谱密度曲线

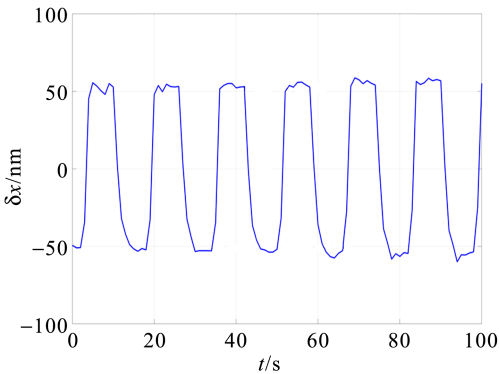


(b)转动位移噪声谱密度曲线

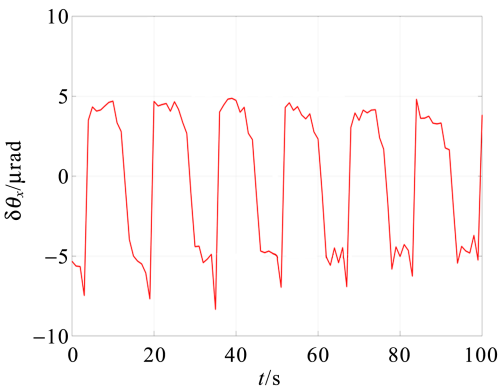
图 7 目标反射镜的位移灵敏度

此外,为了进一步验证此套干涉仪的运动测量性能,利用压电陶瓷制动器驱动目标反射镜进行运动响应测试,分别对平动和转动(θ_x)加载了周期为 20 s 的方波驱动信号,测试结果如图 8 所

示。从图 8 可以看出:干涉仪输出响应与驱动器运动输入相吻合。



(a)平动 0.1 μm 的方波



(b) θ_x 转动 10 μrad 的方波

图 8 目标反射镜的位移驱动测试

表 2 给出了不同驱动器输入行程下干涉仪的位移响应输出,依次对目标反射镜 3 个运动自由度[平动以及 2 个转动,其中平动工作点(θ_x , θ_y)取(10 mrad,0)]进行了方波驱动测试。平动行程依次为 1,10,100 μm ,转动行程依次为 10,100,1 000 μrad 。经过拟合多周期的方波幅度得到干涉仪位移响应输出。

表 2 实验测量结果

$\delta x/\mu\text{m}$			$\delta \theta_x/\mu\text{rad}$			$\delta \theta_y/\mu\text{rad}$		
输入	测量	E_r	输入	测量	E_r	输入	测量	E_r
1	1.1	10%	10	10.3	3%	10	9.7	3%
10	9.8	2%	100	101.7	2%	100	99.3	1%
100	97.2	3%	1 000	1 021.7	2%	1 000	1 011.3	1%

从表 2 可以看出:

1)干涉仪输出响应与驱动器运动输入基本吻

合,大行程相对测量误差 $E_r \leq 3\%$ 。

2)平动以及转动的小行程相对误差偏大,随

着行程的逐渐加大,相对误差明显降低.这是由于干涉仪位移测量过程中存在不依赖于输入信号大小的绝对误差(例如机械热噪声、电子噪声等)^[17],当信号幅度较小时,相对误差增大.

3)测量误差随驱动器输入行程的增大而增大.一方面,由测量方程式(4)和式(6)可知,等厚干涉仪的位移灵敏度(平动、转动)对转动角度偏置存在依赖关系.转动角度越大,条纹越密集(图6),灵敏度随之降低.另一方面,考虑到压电陶瓷制动器自身的非线性(压电迟滞效应以及压电系数的标定误差等),实际的驱动位移输入也存在误差.

5 结束语

本文设计了基于迈克耳孙等厚干涉的三自由度位移测量方法.通过对干涉条纹间距变化、位置移动以及方向的自动化读取,可实现目标反射镜 1 个平动自由度以及 2 个转动自由度的高精度实时测量.为了验证理论模型和测量方案,搭建了迈克耳孙激光干涉仪,并利用计算机程序自动读取干涉条纹,得到目标反射镜的运动信息.通过与驱动平台输入进行标定比对,确定干涉仪的位移、角度分辨率以及响应范围.实验测试表明:新读取方法下,迈克耳孙干涉位移和角度灵敏度分别达到 $1 \text{ nm}/\text{Hz}^{1/2}$ 和 $10 \text{ } \mu\text{rad}/\text{Hz}^{1/2}$ @ $> 1 \text{ mHz}$,动态范围分别超过 10 mm 和 100 mrad .该测量方法具有响应范围大、精度高、多自由度同时测量等优点,可应用于大学物理实验教学.

参考文献:

- [1] 张朝晖. 迈克耳孙干涉仪与光学自相关测量[J]. 物理实验, 2023, 43(2): 49-63.
- [2] 王小怀, 李卓凡, 陈怀. 迈克耳孙干涉仪应用功能的扩展[J]. 物理实验, 2012, 32(3): 22-24.
- [3] LIN X, YAN H, MA Y Q, et al. A construction method of the quasi-monolithic compact interferometer based on UV-adhesive bonding [J]. Review of Scientific Instruments, 2023, 94(7): 074501.
- [4] AL-SAEED T A, KHALIL D A. Characteristics of a refractometer based on Michelson interferometer integrated with a Fabry-Perot interferometer [J]. Optik, 2021, 242: 167170.
- [5] 董元皓, 徐小凤, 黄晓霞, 等. 基于迈克耳孙干涉仪光路折叠和抽真空方式测空气折射率[J]. 物理实验, 2023, 43(4): 49-52.
- [6] 曲广媛, 韦先涛, 赵伟, 等. 迈克耳孙干涉实验[J]. 物理实验, 2017, 37(11): 26-30.
- [7] 黄丽, 方光宇, 宋云飞, 等. 迈克耳孙干涉实验条纹计数方法的改进[J]. 物理实验, 2013, 33(11): 41-44.
- [8] 陈玉林, 马龙, 顾斌, 等. 基于线阵 CCD 的迈克耳孙干涉仪条纹计数器[J]. 物理实验, 2012, 32(2): 21-24.
- [9] 吴文娟, 李致金. 迈克尔逊干涉环纹自动计数系统设计[J]. 大学物理实验, 2020, 33(4): 24-28.
- [10] 石明吉, 王飞, 王珍桢. 迈克耳孙干涉仪自动测量系统设计[J]. 物理实验, 2018, 38(10): 24-27.
- [11] YAN H, YE H C, MAO Q L. High precision six-degree-of-freedom interferometer for test mass readout [J]. Classical and Quantum Gravity, 2022, 39(7): 075024.
- [12] YAN H, CHEN L Y, XU Z L, et al. All-fiber heterodyne velocity and displacement interferometer based on DPLL Doppler tracking with sub-nanometer per second and picometer sensitivity [J]. Applied Optics, 2022, 61(32): 9569-9575.
- [13] YAN H, MAO Q L, XIE S Y, et al. Highly linear sub-nanoradian tilt measurement based on dual-beam interferometry [J]. Optics Letters, 2020, 45(10): 2792-2795.
- [14] YAN H, DUAN H Z, LI L T, et al. A dual-heterodyne laser interferometer for simultaneous measurement of linear and angular displacements [J]. Review of Scientific Instruments, 2015, 86(12): 123102.
- [15] 石岩, 赵娟, 陶然, 等. 随机信号分析与处理[M]. 3 版. 北京: 清华大学出版社, 2021: 116-141.
- [16] YOUNGWORTH R N, GALLAGHER B B, STAMPER B L. An overview of power spectral density (PSD) calculations [C]// STAHL H P. Optical Manufacturing and Testing VI. San Diego CA: Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, 2005: 206-216.
- [17] 费业泰. 误差理论与数据处理[M]. 7 版. 北京: 机械工业出版社, 2019: 1-10.

Three-degree-of-freedom displacement measurement based on Michelson equal-thickness interference

QIU Peng, LIN Xiang, YAN Hao

(School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: A multiple degree-of-freedom (DOF) displacement measurement method based on Michelson equal-thickness interference was proposed, which could realize the real-time, high-precision measurement for the movement of a target reflector in 3-DOF, where one was for translation and two for rotation. The measurement principle, experimental design, and test results of the interference were presented, verifying the feasibility of the measurement scheme. Through calibration tests with a high-precision commercial platform, a 3-DOF motion measurement was achieved. The displacement and angular sensitivities reached $1 \text{ nm/Hz}^{1/2} @ > 1 \text{ mHz}$ and $10 \text{ } \mu\text{rad/Hz}^{1/2} @ > 1 \text{ mHz}$, with dynamic ranges exceeding 10 mm and 100 mrad respectively. This measurement method could be widely applied in university physics experiment teaching, micro-displacement measurement, and industrial precision manufacturing.

Key words: Michelson interferometry; equal-thickness interference; three-degree-of-freedom measurement

[编辑:龙玉梅]

(上接 20 页)

Analysis of colored halo phenomenon and its dispersion characteristics in plastic sand

LIU Xinjun^a, WANG Yu^a, CHEN Yilin^b, LIAO Yi^a, ZHANG Yuhang^c,
ZHANG Jinfeng^c, ZHANG Yiwen^d, PANG Hai^a, DAI Haitao^a

(a. School of Science; b. School of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering;

c. School of Civil Engineering; d. School of Materials Science and Engineering,

Tianjin University, Tianjin 300350, China)

Abstract: Based on the principles of geometric optics, this paper developed the analysis of the colorful halos observed in plastic sand. Inspired by the optical principles of the rainbow formation by raindrops, we derived the mathematical relationships among the incident angle of light on the surface of plastic microsphere particles, the emergent angle, and the viewing angle of the rainbow. The calculation result said that the viewing angles of the outer edge red light and inner edge violet light in the colorful halos within plastic sand were 17.01° and 14.72° respectively, and the corresponding refractive indices were 1.571 1 and 1.603 1. Furthermore, the study was explored on the formation mechanism, dispersion phenomena, spectral characteristics, and light intensity distribution of these colorful halos. Additionally, it clarified the reason why the secondary rainbow phenomenon could not be observed in plastic sand, namely, its viewing angle exceeded 90° .

Key words: circular rainbow; plastic microspheres; dispersion; geometrical optics

[编辑:龙玉梅]