

文章编号:1005-4642(2025)06-0020-04

基于多普勒效应的刚体转动惯量实验设计

孙士帅¹, 刘洋¹, 于丹¹, 李晓兰¹, 孙文文¹, 李鹏飞²

(1. 天津理工大学理学院, 天津 300384; 2. 世纪中光光电技术有限公司, 四川 成都 610000)

摘要: 基于多普勒效应原理对传统落体法刚体转动惯量测量实验进行设计, 通过下落物体加速度的精确测量实现刚体转动惯量的准确测定, 改进传统落体法刚体转动惯量实验中时间/高度测量误差大、忽略加速度引发系统误差的问题, 提高了实验测量精度。实验结果表明: 基于多普勒效应的刚体转动惯量实验设计可行且测量精度高。

关键词: 转动惯量; 多普勒效应; 匀加速运动

中图分类号: O313.3

文献标识码: A

DOI: 10.19655/j.cnki.1005-4642.2025.06.003

转动惯量在科学实验、工程技术、航空航天、电力系统和机械制造等领域具有重要应用价值^[1-3]。转动惯量作为描述刚体绕轴转动惯性的物理量, 其数值由物体几何形态、质量分布及转轴位置共同决定。目前, 主流的转动惯量测量方法主要包括扭摆法、三线摆法以及落体法。相较于其他方法, 落体法具有装置简易、原理直观的优势, 在物理实验教学中具有更高适用性, 该方法基于力矩、角加速度与转动惯量间的物理关系建立测量模型。实验优化方面, 可通过选取低质量砝码、精确控制绕线参数、合理配置定滑轮位置、调整塔轮-滑轮系统水平度及间距等措施提升测量精度^[1,3-4]。然而, 实际操作中仍存在显著的系统误差:

1) 理论要求砝码下落加速度远小于重力加速度, 但实验条件往往难以满足该假设, 尤其当采用大质量砝码或较大塔轮半径时, 忽略加速度而导致的误差会显著增大;

2) 手动计时装置对微小时间间隔的测量存在固有局限;

3) 砝码释放高度控制误差与人工视觉判读偏差共同影响实验结果^[5]。

多普勒效应作为经典波动现象, 揭示了波源与观测者相对运动引发的频率变化规律^[6]。随着精密测量技术的发展, 多普勒效应在雷达探测、超

声诊断、天体物理观测、医学影像、交通测速、工程检测及高分辨率光谱分析等领域得到创新性应用^[7]。本研究将多普勒效应与转动惯量测量相结合, 在传统落体法基础上进行实验装置改进。该方案不仅适用于开放性创新实验教学, 还可作为新型转动惯量测量仪器的研发基础, 在有效提升测量精度的同时, 实现了经典物理实验与现代测量技术的有机融合。

1 实验仪器及原理

实验装置示意图如图1所示。用螺钉将不同半径的塔轮与圆盘载物台刚性连接, 形成可绕固定轴 OO' 转动的刚体系统。将连接砝码的线绳缠绕在塔轮上, 利用砝码在重力作用下下降给刚体系统施加力矩, 带动塔轮和圆盘载物台转动。根据转动定律, 当刚体绕固定轴转动时, 有

$$M = I\beta. \quad (1)$$

因此, 若测出系统的合外力矩 M 和转动时的角加速度 β , 则可由式(1)求出转动惯量 I 。实验中, 调整绳槽轴线与塔轮径向相互垂直, 则

$$M = rT - M_{\mu}, \quad (2)$$

其中, r 为塔轮半径, T 为绳子的张力, M_{μ} 为轴处的摩擦矩。若略去滑轮及绳子的质量, 并认为绳子不可伸长, 且质量为 m 的砝码从固定高度静止开始下落后将以匀加速度 a 下落。根据牛顿第

收稿日期: 2024-04-01; 修改日期: 2025-03-31

基金项目: 天津理工大学教学基金项目(No. YBXM2419)

作者简介: 孙士帅(1987-), 男, 天津人, 天津理工大学理学院副教授, 博士, 从事物理实验教学。E-mail: sssdashuai@163.com

二定律可得

$$T = m(g - a), \quad (3)$$

式中, g 为重力加速度.

由于塔轮转动时边缘的切向加速度和砝码下落时的加速度相等,即

$$a = r\beta. \quad (4)$$

联合式(1)~(4)可得,

$$a = \frac{mgr^2 - rM_p}{I + mr^2}. \quad (5)$$

由式(5)可知,当 r 和 M_p 一定时,通过测量不同 m 对应的 a ,即可计算出 I .

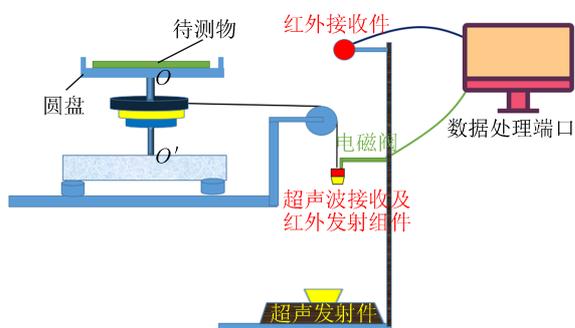


图 1 基于多普勒效应的刚体转动惯量测量装置示意图

根据声波的多普勒效应,当声源与接收器之间有相对运动时,接收器接收到的频率为

$$f = f_0 \frac{u + v_1 \cos \theta_1}{u - v_2 \cos \theta_2}, \quad (6)$$

式中, f_0 为声源发射频率, u 为声速, v_1 为声源运动速率, θ_1 为声源和接收器连线与声源运动方向之间的夹角, v_2 为接收器运动速率, θ_2 为声源和接收器连线与接收器运动方向之间的夹角[见图 2(a)].

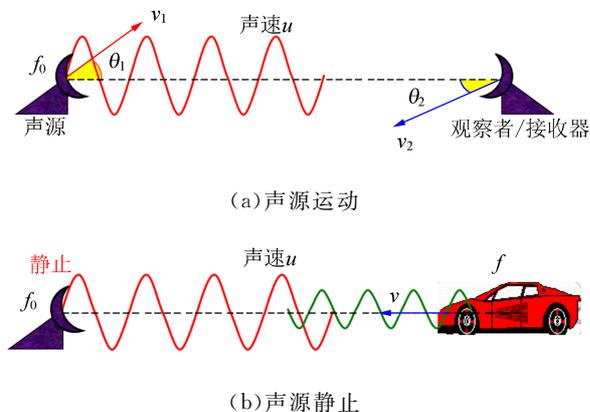


图 2 多普勒效应示意图

若声源静止[图 2(b)],运动物体上的接收器

沿声源与接收器连线方向以速度 v 运动,则从式(6)可得接收器接收到的频率应为

$$f = f_0 \left(1 + \frac{v}{u}\right). \quad (7)$$

当接收器向着声源运动时, v 取正,反之取负.由式(7)可解出:

$$v = u \left(\frac{f}{f_0} - 1\right). \quad (8)$$

若已知 u 及 f_0 ,通过设置以某种时间间隔对接收器接收到的频率 f 进行采样计数,则可按式(8)计算出接收器运动速度 v ,绘制 $v-t$ 关系图,得出物体在运动过程中的速度变化情况,进而对物体运动状况及规律进行研究.因此,可以用多普勒效应原理设计测量刚体转动过程中砝码下落时的加速度.

实验中,采用超声波作为声源,并将质量为 m 的砝码调节成超声波接收及红外发射组件.超声波发射端、超声波接收及红外发射组件以及红外接收组件位于同一条垂线上,保证信号传输(图 1).实验步骤如下:

1)将超声波发射装置置于最低端,当超声波发射端发出频率为 f_0 的信号时,此时质量为 m 的超声波接收及红外发射组件静止,根据式(7)计算出组件此时接收到的声波频率即为 f_0 .

2)质量为 m 的组件由静止开始下落,该过程中将接收到超声波频率 f ,同时组件会将接收到的超声信号调制成无线红外信号继续向上发出;固定在运动导轨最上端的红外接收器接收到红外信号后,再将红外信号转换为电信号,通过设备内部数据采集转换,最终可测得运动组件运动过程中接收到的超声波频率.当质量为 m 的组件从静止开始下落时,利用多普勒效应每间隔 Δt 的时间测量 1 次物体接收到的超声波频率 f ,再由式(8)计算出物体下落时的速度 v ,得到 $v-t$ 关系图,再通过线性拟合得出物体下落时的加速度 a .

3)分别测量出不同质量组件所对应的加速度,根据式(5)即可计算出 I .

4)将质量为 m_0 的待测圆环放上载物台,并使试样几何中心轴与转轴中心重合,按以上方法测量并计算出总转动惯量 I_1 .由转动惯量的叠加原理计算质量为 m_0 的圆环(被测试件)的转动惯量为: $I_{\text{圆环}} = I_1 - I$.

2 结果分析

选取塔轮半径 $r=35.1\text{ mm}$,空盘(载物台未放待测圆环)状态下分别将质量为 m_1 和 m_2 的组件由静止开始下落,利用多普勒效应的原理测量出组件匀加速运动过程中多个时间点的速度,作 $v-t$ 关系曲线,进而计算加速度 a . 然后将 $m_0=462.8\text{ g}$ 的待测圆环(圆环的内、外径分别为 $R_{\text{外}}=120.0\text{ mm}$, $R_{\text{内}}=105.1\text{ mm}$)放在载物台上,并使圆环几何中心与转轴中心重合,重复以上操作. 实验中,声速 $u=340\text{ m/s}$,超声波频率 $f_0=40\,002\text{ Hz}$,采样时间间隔为 0.1 s ,加速度计

算结果如表 1 所示.

将组件质量 m_1, m_2 及对应的加速度 \bar{a} 分别代入式(5),计算可得空盘时的转动惯量 $I=7.24\times 10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{m}^2$,带圆环时的转动惯量 $I_1=13.21\times 10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{m}^2$,则圆环的转动惯量为 $I_{\text{圆环}}=I_1-I_0=5.97\times 10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{m}^2$. 由 $I=\frac{m}{2}(R_{\text{外}}^2+R_{\text{内}}^2)$ 可计算出圆环转动惯量的理论值为 $5.88\times 10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{m}^2$,则测量的相对误差 $E_r=1.53\%$. 而采用改装前的装置进行圆环转动惯量测量时的相对误差 $E_r=4.03\%$,表明改进后装置的测量精度得到了提升.

表 1 加速度测量实验数据

组件质量	实验次数	$a/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$		$\bar{a}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$	
		空盘	带圆环	空盘	带圆环
$m_1=103.3\text{ g}$	1	0.170 6	0.093 3	0.169 5	0.093 8
	2	0.168 8	0.096 6		
	3	0.169 2	0.091 6		
$m_2=158.7\text{ g}$	1	0.260 5	0.142 6	0.257 5	0.143 0
	2	0.255 7	0.141 4		
	3	0.256 2	0.144 9		

基于多普勒效应的刚体转动惯量实验测量装置采用电磁阀控制组件下落,在实验中可多次改变物体下落过程中的采样间隔点进行测量,将测量平均值作为测量值,提高了实验测量精度. 实验中无需测量物体下落时间及高度,将加速度对实验结果的影响计算在内,也无需考虑传统落体法测量中 a 远小于 g 的实验限制,提高了实验的测量准确性及可操作性. 此外,实验中超声波接收及红外发射组件对接收到的超声信号采用了无线的红外调制-发射方式,即超声接收器及红外发射组件接收到超声波信号后,对红外光进行信号调制,再通过该组件上的红外发射管发射出红外信号,固定在运动导轨最上端的红外接收器接收到红外信号后,将与超声波同频率的红外信号转换为电信号,测试仪测量出电信号相应的频率,此设计使得测量更准确,操作更方便.

3 结束语

本文在传统转动惯量测量装置的基础上,基于多普勒效应构建了加速度动态测量系统. 改进后装置通过超声/激光多普勒探头实时捕捉下落

部件的运动状态变化,通过其频率偏移量与速度的定量关系精确反演出加速度. 相较于传统落体法通过位移-时间二次拟合间接获取加速度的方法,该方案实现了转动过程加速度的直接动态测量,有效规避了人工计时误差、视觉判读偏差等系统误差源,进而提高了测量精度. 在实验教学层面,本装置的创新设计具有多重教育价值:其一,将力学参量(转动惯量)与波动现象(多普勒效应)建立关联,促进学生构建系统化的物理认知框架;其二,实验过程涉及多普勒频移公式推导、光电信号转换处理等环节,实现了经典力学与现代检测技术的有机整合;其三,误差分析需综合考虑多重因素,可有效提高学生的系统误差分析能力.

参考文献:

- [1] 施洪琼,山朝恒,瞿发钦,等. 刚体转动惯量的测定[J]. 玉溪师范学院学报,2020,36(3):86-91.
- [2] 邓锂强. 刚体转动惯量实验仪的改装设计[J]. 广东石油化工学院学报,2013,23(6):53-56.
- [3] 王海林,司嵘嵘,李相银. 落体法测量刚体转动惯量实验中引起测量值偏离的因素分析[J]. 物理实验,

- 2012,32(5):25-27.
- [4] 高峰,郭长立,白冰. 落体法测刚体转动惯量的误差分析[J]. 力学与实践,2019,41(3):345-348.
- [5] 王晓雄,蒋立勇. 刚体转动惯量实验的改进[J]. 物理实验,2024,44(9):22-26.
- [6] 梁月鹏,胡润峰,刘福. 高精度激光多普勒在线测长系统设计及算法研究[J]. 红外与激光工程,2025,54(2):187-193.
- [7] 张兴慧,王楠. 水膜压力无线传感监测中的多普勒效应研究[J]. 陕西理工大学学报(自然科学版),2020,36(6):24-28.

Measuring rigid body moment of inertia based on Doppler effect

SUN Shishuai¹, LIU Yang¹, YU Dan¹, LI Xiaolan¹, SUN Wenwen¹, LI Pengfei²

(1. College of Science, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384, China;

2. Century Zhongke Photoelectric Technology Co., Ltd, Chengdu 610000, China)

Abstract: This study introduced an innovative design for measuring the moment of inertia of rigid bodies using the Doppler effect principle in conjunction with the traditional falling-object method. The proposed approach achieved precise determination of the moment of inertia through accurate measurement of the falling object's acceleration, thereby addressing the limitations of conventional methods, such as significant errors in time/height measurements and systematic errors arising from neglecting acceleration effects. Experimental results demonstrated the feasibility and high precision of the Doppler effect-based experimental design, significantly enhancing the accuracy of rigid body moment of inertia measurements.

Key words: moment of inertia; Doppler effect; uniformly accelerated motion [编辑:龙玉梅]

(上接 19 页)

- [9] 郭开惠. 全息照相实验问题探究[J]. 物理实验, 1997,17(2):88-90.
- [10] 熊秉衡,葛万福. 全息照相的细激光束照明再现成像和分析[J]. 长沙铁道学院学报,1985(3):91-98.
- [11] 唐小村. 光线斜入射对光栅衍射的影响[J]. 实验技术与管理,2012,29(7):42-44.
- [12] 杨齐民,张文碧,钟丽云,等. 全息照片的细激光束成像原理[J]. 激光杂志,1999,20(6):39-41.
- [13] 黎亚楠,杨鹰,严霞,等. 探究不同散射介质中全息实像的清晰度[J]. 物理实验,2015,35(5):37-42.

Experimental research on double object diffuse reflection holography

ZHU Ling, ZHANG Quan, WANG Zhongping

(School of Physical Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: A method for conducting holographic experiments utilizing the principle of double object diffuse reflection holography was proposed. Based on the experimental principle and objectives, a wavefront recording optical path for double-object diffuse reflection was designed, an experimental setup for wavefront recording was constructed, and a hologram of two objects was produced. By illuminating the front and back of the hologram with reference light, the virtual images of the two objects could be reconstructed. When the front and back of the hologram were irradiated with a thin laser beam in the direction of the original reference light, the real images of the two objects on different sides of the hologram could be reconstructed respectively.

Key words: double object diffuse reflection; holography; wavefront recording; wavefront reconstruction [编辑:龙玉梅]